2015年度入学試験問題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは，HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は100分です。

5．問題は4ページで大問4問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 関数

$$f(x)=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{x}(1-2\sin t)\sin t\,dt$$

について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の導関数を求めよ。

(2) $-\frac{\pi}{4}\leqq x\leqq\frac{\pi}{4}$ の範囲で，$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) $-\frac{\pi}{4}<a<\frac{\pi}{4}$ で，点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$ が曲線 $y=f(x)$ の変曲点であるとする。曲線 $y=f(x)$ の点 A における接線の傾きを求めよ。

〔Ⅱ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

O を座標空間の原点，r を正の定数とする。原点とは異なる座標空間内の点 P に対して，点 Q を

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \parallel \overrightarrow{\mathrm{OQ}},\quad \overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}} > 0,\quad |\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{\mathrm{OQ}}| = r^2$$

を満たすように定める。P の座標を $(x,\ y,\ z)$ とすると，Q の z 座標は r，x，y，z を用いて $\boxed{①}$ と表される。

a は $0 < a < r$ を満たす定数とする。P の座標が $(0,\ 0,\ a)$ のとき，Q の座標は $\boxed{②}$ である。このとき，xy 平面に平行で P を通る平面上の点 R を，原点からの距離が r，x 座標が 0，y 座標が正となる点とすると，R の座標は $\boxed{③}$ で，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{QR}} = \boxed{④}$ となる。

b を正の定数とし，P を xy 平面に平行で点 $(0,\ 0,\ b)$ を通る平面上の点とする。このとき，Q の座標を $(X,\ Y,\ Z)$ とすると，等式

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = \boxed{⑤}\ Z$$

が成り立つ。よって Q は，中心が $\boxed{⑥}$，半径が $\boxed{⑦}$ の球面上の点となる。

〔Ⅲ〕 $x>0$ に対して，$f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(2) 曲線 $y=f(x)$ の概形を解答欄の座標平面上にかけ。ただし，曲線の凹凸については調べなくてもよい。必要ならば，$\lim_{x\to\infty} f(x)=0$ であることを用いてよい。

(3) e^{π} と π^{e} の大小を判定せよ。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) $2^x + 2^{-x-1} = 3$ のとき，$4^x + 4^{-x-1} =$ $\boxed{①}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が条件

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = n + (-1)^{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

によって定められている。$b_n = a_{2n-1}$ とおくと，b_n は n の式を用いて，

$b_n =$ $\boxed{②}$ と表される。

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ とすると，関数

$$4\sin\theta + \frac{1}{\sin\theta + \frac{3}{2}}$$

は $\theta =$ $\boxed{③}$ のとき，最小値 $\boxed{④}$ をとる。

(4) 極方程式で表された 2 つの直線

$$r(\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta) = 4, \quad r(\cos\theta - \sin\theta) = 2$$

のなす角は，弧度法で表すと $\boxed{⑤}$ である。

(5) $x(1+x)^n$ の展開式を利用すると，等式

$$\sum_{k=0}^{n}(k+1)_nC_k = 1 \cdot {}_nC_0 + 2 \cdot {}_nC_1 + 3 \cdot {}_nC_2 + \cdots + (n+1)_nC_n = 2^{17}$$

を満たす自然数 n の値は $\boxed{⑥}$ であることがわかる。

（以上）