

2015 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 次の を数式または数値でうめよ。

3つの実数 x, y, z に対して、次の2つの等式

$$(x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + a(x+y)(y+z)(z+x),$$

$$(x+y)(y+z)(z+x) = (x+y+z)(xy+yz+zx) + \beta xyz$$

が定数 a, β に対して成り立つ。このとき、 $a = \text{①}$, $\beta = \text{②}$ である。

また、 x, y, z は

$$x^3 + y^3 + z^3 = 0, \quad xy + yz + zx = -\frac{55}{6}, \quad xyz = \frac{19}{2}$$

を満たすとする。 $x+y+z=k$ とおくと、実数 k は整数を係数とする3次方程式 $2k^3 + \text{③} + 57 = 0$ を満たし、その値は $k = \text{④}$ である。 $x = -3$ のとき、

$$y = \frac{\text{⑤} \pm \text{⑥}}{6}, \quad z = \frac{\text{⑤} \mp \text{⑥}}{6} \quad (\text{複号同順})$$

である。

〔Ⅱ〕 xy 平面の原点 $O(0, 0)$ 、点 $P(p, p^2)$ ($p > 0$) に対して、次の を
数値または p に関する数式でうめよ。

xy 平面に点 $Q(a, b)$ を $\triangle OPQ$ が正三角形となるようにとる。このような点
 Q は xy 平面上に 2 点存在する。ベクトル $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ について $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OQ}|$ より、
 $a^2 + b^2 =$ ① である。内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ は $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} =$ ② $|\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OQ}|$
だから、 $b =$ ③ $a +$ ④ と表される。このとき、 $a =$ ⑤ ,
 $b =$ ⑥ (複号同順) である。また、条件を満たす 2 点のうち一方の点が
第 2 象限にあるための p の範囲は ⑦ である。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の 2 点 $A(2, -1)$, $B(8, -4)$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) A , B からの距離の比が $1:2$ である点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた軌跡上の点 P における接線 l が x 軸と交わる点を C とする。原点 O , 点 P , 点 C を頂点とする三角形の面積が $10\sqrt{3}$ となる点 C をすべて求めよ。

(以上)

