

2015 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

- 〔 I 〕 平面上の点 A, B, C, P が次の関係を満たしている。ただし, $k > 0$ で, 点 A, B, C は同一直線上にないものとする。

$$3\overrightarrow{PA} + k\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を k , $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
- (2) 点 P が $\triangle ABC$ の辺を含む内部にあることを示せ。
- (3) $\triangle PAB$ と $\triangle PAC$ の面積が等しいとき, $\triangle PAB$ と $\triangle PBC$ の面積の比を求めよ。

〔Ⅱ〕 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ 上に x 座標が $\tan \theta$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ である点 P をと
る。

次の問いに答えよ。

- (1) P における C の接線と直交し、 P を通る直線 l の方程式を求めよ。
- (2) P を通り y 軸に平行な直線 m と l のなす角を α $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ とする。 α
を θ を用いて表せ。
- (3) P を通り l となす角が α である直線のうち、 m と異なる直線を n とする。
直線 n の方程式を求めよ。
- (4) 直線 n が、 θ の値にかかわらず、定点を通ることを示せ。

〔Ⅲ〕 A 君, B 君, C 君がある実験を行う。1 回の実験において A 君, B 君, C 君が成功する確率は, それぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ である。ただし, 1 回目の実験結果が 2 回目の実験結果に影響を与えないものとする。

次の をうめよ。

- (1) 3 人がそれぞれ 1 回実験を行ったとき, 1 人だけが実験に成功する確率は ① である。
- (2) 3 人がそれぞれ 1 回実験を行ったとき, 少なくとも 1 人が実験に成功する確率は ② である。
- (3) 3 人がそれぞれ 1 回実験を行ったとき, 2 人だけが実験に成功する確率は ③ である。
- (4) 1 回目の実験で失敗したものだけが 2 回目の実験を行うとき, 2 回目までの実験で全員が成功する確率は ④ である。

〔IV〕 2 次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ ($c \neq 0$) の 2 つの解を α, β とする。このとき、次の をうめよ。ただし、 ① $\sim$ ⑥ は、 b, c を用いた式でうめよ。

(1) 2 次方程式 $x^2 +$ ① $x +$ ② $= 0$ の解は $\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}$ である。

(2) 2 次方程式 $x^2 +$ ③ $x +$ ④ $= 0$ の解は α^3, β^3 である。

(3) 自然数 n に対し、2 次方程式 $x^2 + p_n x + q_n = 0$ の解が α^n, β^n であるとする。このとき、 $p_{n+2} =$ ⑤ $p_{n+1} +$ ⑥ p_n が成り立つ。

(4) (3) において、 $\alpha = 2 + \sqrt{5}, \beta = 2 - \sqrt{5}$ のとき、
 $p_5 =$ ⑦ , $q_5 =$ ⑧ である。

(以上)