

2016 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔 I 〕 実数 a に対し、関数

$$f(x) = x^2 - 2ax - |x - a| - 2a^2 + 2a$$

を考える。

次の問いに答えよ。

- (1) $f(0) \geq 0$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。
- (2) $0 \leq f(0) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$ が成り立つ a の値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 2つの放物線 $C_1: y = -x^2 + 4x + 3$, $C_2: y = x^2 - 4x + 13$ がある。点 $P(a, b)$ を通る傾き m の直線を l とする。 l と C_1 は異なる2点で交わり、 l と C_2 も異なる2点で交わっているものとする。ここで、 l と C_1 の交点の x 座標を $\alpha_1, \beta_1 (\alpha_1 < \beta_1)$, l と C_2 の交点の x 座標を $\alpha_2, \beta_2 (\alpha_2 < \beta_2)$ とする。また、 C_1 と l で囲まれた図形の面積を S_1 , C_2 と l で囲まれた図形の面積を S_2 とする。

次の問いに答えよ。

- (1) m を α_1, β_1 を用いて表せ。
- (2) $S_1 = S_2$ が成り立つとき、 m, a, b の間の関係式を求めよ。
- (3) $S_1 = S_2$ を満たす m の値の範囲を求めよ。
- (4) $S_1 = S_2$ が成り立つとき、点 P が定点であることを示せ。

〔Ⅲ〕 原点を中心とする半径 1 の円に内接する正方形がある。その 4 つの頂点をすべて通る 3 次関数

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

がある。ただし、 $a > 0$ とする。

次の をうめよ。 ① , ② , ③ については順は問わない。

(1) 正方形の 1 つの頂点を (p, q) とする。他の 3 つの頂点の座標を p, q を用いて表すと、 ① , ② , ③ である。

(2) $p = \frac{1}{2}$ のとき、 $a =$ ④ , $b =$ ⑤ , $c =$ ⑥ ,
 $d =$ ⑦ である。

(3) $p = \frac{1}{2}$ のとき、 $f(x)$ の極大値は ⑧ である。

〔Ⅳ〕 白石と黒石を横1列に並べ、黒石の間にはさまれたすべての白石を取り除く試行を考える。取り除いた白石は元に戻さず、残った白石と黒石でこの試行を繰り返す。ただし、白石がなくなった時点で試行を終了する。白石が5個、黒石が2個の状態から試行を開始する。

次の をうめよ。

- (1) 白石5個、黒石2個の並べ方は全部で ① 通りある。
- (2) 1回の試行で、すべての白石が取り除かれる確率は ② である。
- (3) 1回の試行で、白石がちょうど2個残る確率は ③ である。
- (4) ちょうど2回目の試行で終了する確率は ④ である。
- (5) 3回目の試行の後、白石が5個のまま残っている確率は ⑤ である。

(以上)