

2016 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の を実数または n に関する式でうめよ。

正の数 p に対して、 p の整数部分、小数部分をそれぞれ $[p]$ 、 $\langle p \rangle$ で表す。

例えば、

$$[3.14] = 3, \langle 3.14 \rangle = 0.14, [2] = 2, \langle 2 \rangle = 0, [0.5] = 0, \langle 0.5 \rangle = 0.5$$

である。

自然数 n に対して、 x の 2 次方程式 $x^2 - nx - 1 = 0$ の解で正のものを α とする。このとき、 $\alpha =$ ① である。ここで、

$$n^2 < n^2 + 4 < n^2 + 4n + 4$$

に注意すると、

$$[\alpha] = \text{ ② }, \quad \langle \alpha \rangle = \text{ ③ }$$

である。さらに、

$$\left[\frac{1}{\alpha} \right] = \text{ ④ }, \quad \left\langle \frac{1}{\alpha} \right\rangle = \text{ ⑤ }, \quad \left[\frac{1}{\langle \alpha \rangle} \right] = \text{ ⑥ }, \quad \left\langle \frac{1}{\langle \alpha \rangle} \right\rangle = \text{ ⑦ }$$

である。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

$t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと、 $2^{2x} + 2^{-2x}$ および $2^{3x} + 2^{-3x}$ は t を用いてそれぞれ

① , ② と表される。よって、関数

$$f(x) = 2^{3x} + 2^{-3x} - \frac{11}{4}(2^{2x} + 2^{-2x}) - 2(2^x + 2^{-x}) + 1$$

は t を用いて $f(x) =$ ③ と表される。ここで、 t のとりうる値の範囲は

④ であるから、 $f(x)$ は $t =$ ⑤ のとき、最小値 ⑥ をとる。

このとき、 $x =$ ⑦ である。

〔Ⅲ〕 $a > 1$ とする。2つの直線

$$l_1: y = x, \quad l_2: y = ax$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) l_1 上の点 $P_1(1, 1)$ から l_2 に下ろした垂線と l_2 の交点を P_2 とするとき、 P_2 の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた P_2 から l_1 に下ろした垂線と l_1 の交点を P_3 とするとき、 P_3 の座標を求めよ。
- (3) (2) で求めた P_3 の x 座標は P_1 の x 座標よりも小さいことを示せ。

(以上)

