

2016 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔 I 〕 四面体 OABC を考える。OA, BC の中点をそれぞれ M, N とし,

OC を $p:1-p$ ($0 < p < 1$) に内分する点を P とする。

次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおくとき, $\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PN}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および p を用いて表せ。

(2) AB を $p:1-p$ に内分する点を Q とする。ベクトル $\overrightarrow{PQ}$ を考えることにより, Q は 3 点 P, M, N を通る平面上にあることを示せ。

〔Ⅱ〕 放物線 $y = bx^2 + a$, $0 \leq a \leq 1$, $b > 0$ が 4 点 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ を頂点とする正方形の面積を二等分しているとする。

次の問いに答えよ。

- (1) a , b の間の関係式を求めよ。
- (2) (1) の関係を満たす点 (a, b) が描く図形を図示せよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

(1) $(x-2)^{11}$ の x^2 の係数は ① であり, x^3 の係数は ② である。

(2) 28^{11} を 900 で割った余りは ③ である。

(3) 鋭角三角形 ABC とそれに内接する円がある。内接する円の半径を r , 辺 AB, BC, CA の長さをそれぞれ $a+b$, $b+c$, $c+a$ とする。このとき, $\tan \angle BAC$ は r と a を用いて ④ と表される。また, $\tan \angle BCA$ を r , a , b を用いて表すと ⑤ となる。

〔Ⅳ〕 1つのサイコロを3回投げるとき、出た目を順に a, b, c とする。

次の をうめよ。

(1) $a + b + c = 10$ となる確率は ① である。

(2) $a + b + c \geq 15$ となる確率は ② である。

(3) $abc \leq 3$ となる確率は ③ である。

(4) $2 \leq \log_2 a + \log_2 b + \log_2 c < 3$ となる確率は ④ である。

(5) a, b, c がこの順で等比数列となる確率は ⑤ である。

(以上)