

2017 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $s = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$, $t = \sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $s^2 + t^2$ の値を求めよ。
- (2) s および t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $s = -\frac{1}{2}$ のとき, t の値を求めよ。また, そのときの $\cos \theta$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

空間内に原点 O と A, B, C を頂点とする四面体がある。 $\triangle ABC$ の各辺の長さが、それぞれ $AB = 5, BC = 6, CA = 4$ となっている。また、 $\triangle ABC$ の外心を P とする。このとき、2つのベクトル $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ の内積は $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ①

である。一方、定義より、点 P は $AP = BP = CP$ を満たすから

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ②, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ③ である。これらのことから、 $\overrightarrow{AP}$ は $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて

$$\overrightarrow{AP} = \text{ ④ } \overrightarrow{AB} + \text{ ⑤ } \overrightarrow{AC}$$

と表される。したがって、 $\overrightarrow{OP}$ は $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OC}$ を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \text{ ⑥ } \overrightarrow{OA} + \text{ ④ } \overrightarrow{OB} + \text{ ⑤ } \overrightarrow{OC}$$

と表される。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

3 次式 $f(x) = x(x-1)(x-2)$ に対して、関数 $g(x) = \log_{27} f(x)$ を $0 < x < 1$ の範囲で定義する。このとき

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = \text{①}, \quad g\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{3} + \text{②} \log_3 2 - \log_3 5$$

である。定義域を実数全体とする関数 $f(x)$ は、 $x = \text{③}$ のとき極大値をとり、 $x = \text{④}$ のとき極小値をとる。 $g(x)$ の $0 < x < 1$ における最大値を M とすると、 $M = \text{⑤} \log_3 2 - \frac{1}{2}$ であり、 $M > g\left(\frac{2}{5}\right)$ である。3 つの実数 $\sqrt{6}$, $3^{\frac{5}{6}}$, $\frac{5}{2}$ のうち最も大きな数は ⑥ である。

(以上)

