

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 a を定数とする。 xy 平面において 2 つの放物線

$$C_1: y = -x^2 - \frac{1}{8}, \quad C_2: y = x^2 + (a-2)x$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 が共有点をもたないときの a の値の範囲を求めよ。
- (2) $a = 1$ のとき、 C_1 と C_2 を解答欄の座標平面上に図示せよ。
- (3) $a = 1$ のとき、 y 軸と C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔Ⅱ〕 関数 $y = 8 \sin^2 \theta - 4\sqrt{3} \sin 2\theta + 4$ を考える。次の を数値でうめよ。

$$\sin 2\theta = \text{①} \sin \theta \cos \theta \text{ であるから}$$

$$y = \left(\text{②} \sin \theta - \text{③} \cos \theta \right)^2$$

と変形できる。ただし、 > 0 である。さらに三角関数の合成を行うと

$$\text{②} \sin \theta - \text{③} \cos \theta = \text{④} \sin(\theta + \text{⑤})$$

となる。ただし、 > 0 , $0 \leq \text{⑤} < 2\pi$ である。したがって、 y は $\frac{5}{6}\pi \leq \theta \leq \frac{4}{3}\pi$ において、最大値 ⑥ , 最小値 ⑦ をとる。

〔Ⅲ〕 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_1 = 16, \quad a_{n+1} = 2^{3^{n+1}} \cdot (a_n)^5 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしている。このとき、一般項 a_n を求めたい。次の をうめよ。

ただし、 ① ～ ⑤ は数値で、それ以外の は n を用いた式でうめよ。

$b_n = \log_2 a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = \text{①}, \quad b_{n+1} = \text{②} b_n + 3^{n+1}$$

を満たす。 $c_n = \frac{b_n}{3^n}$ とおくと、数列 $\{c_n\}$ は

$$c_1 = \text{③}, \quad c_{n+1} = \text{④} c_n + \text{⑤}$$

を満たす。よって、一般項 c_n は $c_n = \text{⑥}$ となるので、 $b_n = \text{⑦}$

となることがわかる。したがって、 $a_n = 2^{\text{⑦}}$ である。

(以上)

