

2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 m を正の定数とする。 xy 平面において、円

$$C: x^2 + y^2 - 2mx - 4my = 0$$

と、領域

$$D: (x + 2)^2 - y^2 \geq 0$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) C の中心と半径を求めよ。
- (2) D を解答欄の座標平面上に図示せよ。
- (3) C とその内部が D 内にあるような m の最大値を求めよ。

〔Ⅱ〕 x の 3 次多項式 $P(x)$ を

$$P(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

により定める。次の をうめよ。

- (1) 3 次方程式 $P(x) = 0$ は 2 つの解 $x =$ ① , ② をもつ。ただし, $x =$ ① は 2 重解である。また, 方程式 $P(x) + |P(x)| = 0$ を満たす x の値の範囲は ③ である。
- (2) 方程式 $2^{9t} - 2^{6t} - 2^{3t+3} + 12 = 0$ を満たす t の値を求めると, $t =$ ④ である。
- (3) 方程式 $3 \tan^3 \theta + \sqrt{3} \tan^2 \theta - 8 \tan \theta - 4\sqrt{3} = 0$ を満たす θ の値を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で求めると, $\theta =$ ⑤ である。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。ただし、 ① と ② は数式で、それ以外の は数値でうめよ。

単位円上の点 $A(p, q)$ ($p > 0, q > 0$) における接線 l と x 軸と y 軸との交点をそれぞれ B, C , 原点を O とする。このとき, p, q を用いて l の方程式は ① , 三角形 OBC の面積 S は, $S =$ ② と表される。 S の最小値は ③ である。三角形 OAB の面積を S_1 , 三角形 OAC の面積を S_2 とすると $S_1 \cdot S_2$ の値は ④ である。 $S_1^3 + S_2^3 = 506$ かつ S の値が整数であるとき, $S^3 = 506 +$ ⑤ S より, $pq =$ ⑥ である。

(以上)

