

2019 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 a を正の定数とする。 O を原点とする座標平面上に点 $A(a, 0)$, $B(a, a)$, $C(0, a)$ をとり, さらに正方形 $OABC$ の内部に点 $P(x, y)$ を, $\triangle OAP$ が直角三角形となるようにとる。 次の をうめよ。ただし, ① ~ ⑤ は式で, ⑥ , ⑦ は数値でうめよ。

a, x, y は等式 $x^2 + y^2 =$ ① を満たす。 2 点 $D(x, a)$, $E(x, 0)$ に対して, $\tan \angle EDO$ と $\tan \angle EDA$ は a, x を用いて

$$\tan \angle EDO = \text{ ② }, \quad \tan \angle EDA = \text{ ③ }$$

と表される。したがって $\tan \angle ADO$ は a, y を用いて

$$\tan \angle ADO = \frac{1}{1 - \text{ ④ }}$$

と表される。 $x =$ ⑤ のとき, ④ は最大値 ⑥ をとるので, $\tan \angle ADO$ の最大値は ⑦ である。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。ただし、 ① , ② は a, b の式で、
 ③ $\sim$ ⑦ は数値でうめよ。

a, b を実数とし、 i を虚数単位とする。 $(a + bi)^3$ の実部は ① , 虚部は ② であるから、 $(a + bi)^3 = -1$ を満たす a, b を求めると、
 $(a, b) = (-1, 0)$ または $(a, b) = ($ ③ , $\pm$ ④) である。ただし、
 ④ > 0 とする。複素数 ③ + ④ i を z とおくと、

$$z^4 + z^2 + 1 = \text{ ⑤}$$

であり、

$$z^{12} + z^8 + z^4 + 1 = \text{ ⑥} , \quad z^{10} + \frac{1}{z^{10}} + 10 = \text{ ⑦}$$

である。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

- (1) $t = 2^x$ とおく。 $4^x - 2^{x+3} + 15$ を t の式で表せ。
- (2) 関数 $y = 4^x - 2^{x+3} + 15$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) x の方程式 $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ の解のうち、(2) で求めた x の値より大きいものを求めよ。

(以上)

