2019 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 次の問いに答えよ。

(1) p, q を正の実数とする。平面上の2点P, Qが与えられたとき，線分PQを $p:q$ に内分する点をRとする。直線PQ上にない点Oをとるとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{1}{p+q}\left(q\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}+p\,\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right)$$

が成り立つことを示せ。

(2) 三角形ABCの ∠Aの二等分線とBCの交点をPとするとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|}\left(|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$$

が成り立つことを示せ。

(3) 三角形ABCの内心をIとし，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=c$, $|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=a$, $|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|=b$ とおくとき，内心が三角形ABCの3つの内角の二等分線の交点であることを用いて，平面上の任意の点Oに対し，

$$\overrightarrow{\mathrm{OI}}=\frac{1}{a+b+c}\left(a\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+b\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+c\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right)$$

が成り立つことを示せ。

(4) O(2, −3)，A(5, 1)，B(1, 4)であるとき三角形OABの内心Iの座標を求めよ。

〔Ⅱ〕 $a>0$, $a \neq 1$ とする。2つの放物線 $y=a-\dfrac{x^2}{a}$, $y=a^2-x^2$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $S(a)$ を a を用いて表せ。

(2) $0<a<1$ の範囲で $S(a)$ が最大となるときの a と $S(a)$ の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) 10 進数の 28 を 2 進数で表すと $\boxed{①}$ である。

(2) 3^{20} は 2 進数では $\boxed{②}$ 桁となる。

(3) n を 4 以上の自然数とする。n 桁の 2 進数で 1 が 3 回現れる数のうち，最大のものは 10 進数で $\boxed{③}$ で，最小のものは $\boxed{④}$ である。

(4) 2 進数で $1_{(2)}$，$101_{(2)}$，$100101_{(2)}$，$1000100101_{(2)}$，$100001000100101_{(2)}$，…… のような数の列 $\{a_n\}$ を考える。このような数列の n 番目の数の 2 進数での桁数は $\boxed{⑤}$ である。また，a_n が 10 進数の 1000000 を超える最小の n は $\boxed{⑥}$ である。

〔Ⅳ〕 Aは赤球3個，青球5個の入った箱を持っている。Bは赤球x個，青球y個で合計8個の球の入った箱を持っている。A，Bがそれぞれ同時に自分の箱から1個の球を取り出し，取り出した球が同じ色の場合はAの勝ち，違う色の場合はBの勝ちとなるゲームを行う。ただし，$x \geqq 1$，$y \geqq 1$とする。

次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) Aが勝つ確率をxとyを用いて表すと $\boxed{①}$ である。

(2) Aが勝つ確率が$\frac{1}{2}$となるときのxの値は $\boxed{②}$ である。

(3) Aが勝つ確率が$\frac{7}{16}$以上となる(x, y)の組は $\boxed{③}$ 通りあり，xの最大値は $\boxed{④}$ である。

(4) 取り出した球を元に戻さず，ゲームを続けて2回行うとき，2回ともAが勝つ確率が最大となるときのxの値は $\boxed{⑤}$ で，そのときの確率は $\boxed{⑥}$ である。

(以上)