

2019 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 座標平面上に2つの円

$$C_1: x^2 + y^2 = 2, \quad C_2: (x - 1 - \sqrt{3})^2 + y^2 = 4$$

がある。この2つの円で囲まれた図形の面積 S を求めたい。次の を
うめよ。

円 C_1 の中心は原点 O であり、円 C_2 の中心 A の座標は ① である。 C_1
と C_2 の2つの交点を E, F とする。 E の y 座標が正であるとき、 E, F の座標は
それぞれ ② , ③ である。また、 $\triangle EOF$ 、 $\triangle EAF$ について考え
ると、

$$\angle EOF = \text{ ④ } \pi, \quad \angle EAF = \text{ ⑤ } \pi$$

である。求める面積 S は、 OE を半径とし $\angle EOF$ を中心角とする扇形の面積か
ら $\triangle EOF$ の面積を引いた値 S_1 と、 AE を半径とし $\angle EAF$ を中心角とする扇形
の面積から $\triangle EAF$ の面積を引いた値 S_2 の和である。 $S_1 = \text{ ⑥ } ,$
 $S_2 = \text{ ⑦ }$ であるから、 $S = S_1 + S_2$ が求められる。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。ただし、 ① , ④ は a, b を用いた式で、それ以外は数値でうめよ。

a, b を $a^2 + b^2 \leq 4$ を満たす定数とし、 $0 \leq x < 2\pi$, $0 \leq y < 2\pi$ の範囲で、 x, y の方程式

$$\sin x + \cos y = a, \quad \cos x + \sin y = b$$

を考える。それぞれの式の両辺を 2 乗して和をとることにより、

$$\sin(x + y) = \text{①}$$

となる。

$a = b = 0$ のとき、 $x + y$ の値は ② π または ③ π である。

ただし、 ② $<$ ③ とする。

$a \neq 0$ または $b \neq 0$ のとき、 θ を

$$\sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

を満たす定数とする。このとき、

$$\cos^2 y + \sin^2 y = (a - \sin x)^2 + (b - \cos x)^2$$

を用いると、 $\sin(x + \theta) = \text{④}$ が得られる。とくに、 $a = b = \frac{\sqrt{6}}{2}$ のとき、

x の値は ⑤ π または ⑥ π である。ただし、 ⑤ $<$ ⑥

とする。

〔Ⅲ〕 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線と、点 $(a + 1, f(a + 1))$ における接線が平行であるとき、 a の値を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(b, f(b))$ における接線を l とする。 l と異なる曲線 $y = f(x)$ の接線で、 l と平行なものが存在しないとき、 b の値、および l の方程式を求めよ。

(以上)

