

2019 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 放物線 $y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ とこの放物線上にない点 $B(p, q)$ を考える。ただし、 a は 0 でない定数とする。次の をうめよ。

放物線 $y = x^2$ の A における接線 l の方程式は $y = \text{①}$ である。
 $\vec{n} = (\text{②}, -1)$ を l の法線ベクトルとする。 B を中心とし、 A で l に接する円を C とする。 $\overrightarrow{AB}$ も l の法線ベクトルであるので、 $\overrightarrow{AB} = k\vec{n}$ を満たす実数 k が存在する。円 C の半径を r とすると、 a と k を用いて

$$p = \text{③}, \quad q = \text{④}, \quad r = \text{⑤}$$

と表される。不等式 $p^2 < q$ が成り立つような k の値の範囲は ⑥ である。
また、円 C が A と異なる点でも放物線 $y = x^2$ と接するのは、 $k = \text{⑦}$ のときである。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。ただし、 ② , ③ , ④ は s の式で、それ以外は数値でうめよ。

s を実数とし、2 次方程式 $x^2 + sx + 1 = 0$ の解を α, β とする。 $\alpha\beta =$ ①

より、 $\alpha + \frac{1}{\alpha} =$ ② である。さらに、

$$\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \text{ ③} , \quad \alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4} = \text{ ④}$$

である。 α が虚数であるとき、 $\alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4}$ のとり得る値の範囲は

$$\text{ ⑤} \leq \alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4} \leq \text{ ⑥}$$

である。ここで、 $\alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4} =$ ⑤ となるのは、 $s =$ ⑦ のときである。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) $x^3 - 3x - 2$ を因数分解し, $x^3 - 3x - 2 > 0$ となるような x の値の範囲を求めよ。

(2) a を $a > 0$, $a \neq 1$ を満たす定数とする。

$$\log_a(x^3 - 3x - 2) - \log_{\sqrt{a}}(x + 1) = \log_a f(x)$$

を満たす $f(x)$ を求めよ。

(3) $y > 0$, $y \neq 1$ とする。不等式

$$\log_y(x^3 - 3x - 2) - \log_{\sqrt{y}}(x + 1) > 1$$

の表す領域を解答欄の座標平面上に図示せよ。

(以上)

