

2020 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 $0 \leq x \leq 2\pi$ において、関数

$$f(x) = \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x + 1 - 2 \sin x \cos x$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $t = \sin x - \cos x$ とおく。 t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ を(1)で定義した t を用いて表せ。
- (3) $f(x)$ の最小値と最大値を求めよ。さらにそのときの x の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, \quad \frac{a_{n+1}}{n} - \frac{3a_n}{n+1} = \frac{1}{{}_{n+1}C_2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで ${}_{n+1}C_2$ は二項係数で $(n+1)$ 個から 2 個をとる組合せの総数である。

${}_{n+1}C_2$ を n の式で表すと ① であり、 a_2 を求めると $a_2 =$ ② である。
 $na_n = b_n$ とおくと、上の漸化式から b_{n+1} は b_n で表されて $b_{n+1} =$ ③

となる。これより一般項 b_n を求めると $b_n =$ ④ だから、 $a_n = \frac{\text{④}}{n}$

である。このとき 2 つの整数 ④ と ④ + 1 の桁数は等しいので、

a_{1000} をこえない最大の整数は ⑤ 桁の整数である。ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$

として用いてもよい。

〔Ⅲ〕 三角形 ABC において、辺 AB を $t : (1 - t)$ ($0 < t < \frac{1}{2}$) に内分する点を P, AC の中点を Q とする。さらに直線 BC と直線 PQ の交点を R とする。次の をうめよ。

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおく。いま、ベクトル $\overrightarrow{PR}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて 2 通りに表す。そのために実数 α , β を用いて $\overrightarrow{BR} = \alpha \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{PR} = \beta \overrightarrow{PQ}$ とおく。

$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BR}$ だから、 $\overrightarrow{PR}$ は $\vec{b}$, $\vec{c}$, t , α を用いて

$$\overrightarrow{PR} = (\text{①}) \vec{b} + \alpha \vec{c} \quad \cdots \cdots (1)$$

と表される。 $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$, t で表して $\overrightarrow{PR} = \beta \overrightarrow{PQ}$ に代入すると

$$\overrightarrow{PR} = \text{②} \vec{b} + \text{③} \vec{c} \quad \cdots \cdots (2)$$

である。(1), (2) より α , β は t で表すことができ、 $\alpha = \frac{\text{④}}{1 - 2t}$, $\beta = \frac{\text{⑤}}{1 - 2t}$ である。

三角形 QCR の面積が三角形 QAP の面積の 2 倍となるような t の値は、 $t = \text{⑥}$ である。

(以上)

