

2020 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔 I 〕 実数 $a > 1$ に対して、関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = |x^2 - ax|, \quad g(x) = x$$

で定める。次の問いに答えよ。

- (1) $a - 1 \leq x \leq a + 1$ において $f(x) \leq g(x)$ であることを示せ。
- (2) 2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれる領域のうち、 $x \leq a - 1$ にある部分の面積を S_1 , $x \geq a - 1$ にある部分の面積を S_2 とする。 $S_1 : S_2 = 1 : 12$ となるときの a の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 $\triangle ABC$ の辺の長さを $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ とおく。ただし, $0 < c < 1$, $a > b$ であるとする。実数 k に対して

$$\log_c(a+b) + \log_c(a-b) = k$$

が成り立っている。次の問いに答えよ。

- (1) a^2 を b , c , k を用いて表せ。
- (2) $k = 2$ のとき, $\triangle ABC$ はどのような三角形か答えよ。
- (3) $\angle A$ が鋭角, 直角, 鈍角となるそれぞれの場合に対して k のとりうる値の範囲を求めよ。

〔Ⅲ〕 曲線 $y = x^3 - x$ 上に点 P, Q をとる。ただし、 P, Q の x 座標をそれぞれ $s, s-1$ とする。線分 PQ を $t:1-t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を K とする。次の をうめよ。ただし、 ② と ④ は因数分解した形で答えよ。

(1) K の x 座標は ① で、 y 座標は ② である。

(2) $t = \frac{2}{3}$ のとき、 $s < 1$ における K の y 座標の最大値は ③ である。

(3) x 座標が ① である $y = x^3 - x$ 上の点を T とする。 T の y 座標は ④ である。 K と T の距離が最小となる s を t で表すと ⑤ である。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

(1) 不等式 $X^2 - 10X + 9 < 0$ を解くと ① であるから、

不等式 $9^{x-1} - 10 \cdot 3^{x-2} + 1 < 0$ を解くと ② となる。

(2) $x + y = 2$ のとき、 $t = 3^x + 3^y$ の最小値は ③ である。

(3) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y = 2$ のとき、 $u = 9^x + 9^y - 12(3^x + 3^y) + 60$ の最小値は ④ であり、そのとき $x =$ ⑤ , $y =$ ⑥ である。

(以上)

