

2020 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 3 次関数

$$f(x) = \frac{1+x+x^2+x^3}{4} - \left(\frac{x+1}{2}\right)^3$$

について次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = 0$ を満たす x を求めよ。さらに $f(x) \geq 0$ が成り立つ x の範囲を求めよ。

(2) $a > 0$, $b > 0$ のとき, 不等式

$$\frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{4} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3$$

を示せ。さらに等号が成り立つ条件も求めよ。

〔Ⅱ〕 座標平面上で直線

$$2x + y - 3 + k(x - 2y + 1) = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える。次の をうめよ。ただし k は実数とする。

k がどんな値をとっても、直線 $(*)$ はある定点 A を通る。定点 A の座標は ① である。直線 $(*)$ が x 軸と平行になるのは $k =$ ② のときであり、直線 $(*)$ が y 軸と平行になるのは $k =$ ③ のときである。また直線 $(*)$ が円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と異なる 2 点で交わるのは、 k のとりうる値の範囲が ④ のときである。

定点 A を通る 2 直線が 60° の角をなし、さらにその 2 直線が円 C によって切り取られるそれぞれの線分の長さが等しいとき、原点とそれぞれの直線との距離は ⑤ である。そのような 2 直線を与える直線 $(*)$ の k の値は $\frac{\text{⑥}}{3}$ である。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

点 P は長さ 1 の線分 AB を直径とする半円上を動く。ここで P は点 A, B とは異なるものとし, P から線分 AB に垂線 PH を下ろす。 $\angle BAP = \theta$ とおく。AP の長さを θ を用いて表すと $AP =$ ① である。よって AH と PH の長さを 2θ を用いて表すと,

$$AH = \text{ ② }, PH = \text{ ③ }$$

である。このとき $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ($0 < \alpha < 2\pi$) を満たす α を用いて, $4AH - 3PH$ は

$$4AH - 3PH = 2 + \text{ ④ } \sin(2\theta + \alpha)$$

と表される。よって $4AH - 3PH$ のとりうる値の範囲を求めると

$$\text{ ⑤ } \leq 4AH - 3PH < \text{ ⑥ }$$

である。

(以上)

