

2020 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の問いに答えよ。

(1) $t = 2^{-x}$ とおく。 $\frac{1}{4^x} - \frac{3}{2^{x-1}} + 8$ を t の式で表せ。

(2) 不等式 $\frac{1}{4^x} - \frac{3}{2^{x-1}} + 8 < 0$ を解け。

(3) 不等式 $\frac{1}{4^x} - \frac{1}{2^{x-1}} - 8 < 0$ を解け。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

4次多項式 $f(x)$ は、実数の定数 p, q, r を用いて $f(x) = x^4 + px^2 + qx + r$ の形をしており、方程式 $f(x) = 0$ は解 $x = 2 + i$ をもつとする。ただし i は虚数単位である。このとき $2 + i$ と共役な複素数も方程式 $f(x) = 0$ の解である。したがって $f(x)$ は x の2次多項式 $x^2 - 4x + \text{①}$ で割り切れる。よって q, r は p のみで表せて

$$q = \text{②} - 24, \quad r = \text{③} + 55$$

である。

$f(x) = 0$ が相異なる4個の解をもつための p に関する必要十分条件は $p \neq \text{④}$ である。 p がこの条件を満たすとき、 $f(x) = 0$ の4個の解の絶対値がすべて等しくなるような p を求めると、 $p = \text{⑤}$ である。ただし虚数解を α とすると、その絶対値 $|\alpha|$ は $\sqrt{\alpha \bar{\alpha}}$ である。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(1, 1)$ を通る 2 本の直線 ℓ, ℓ' がある。 ℓ は P における接線である。 ℓ の方程式は $y =$ ① である。また ℓ' は傾きが k であり、その y 切片は正とする。 ℓ' の方程式は $y = kx +$ ② である。

ℓ と x 軸との交点、および ℓ' と y 軸との交点をそれぞれ Q, R とし、 $\angle QPR = \theta$ とする。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。このとき $\cos \theta$ はベクトル $\overrightarrow{PQ}$ とベクトル $\overrightarrow{PR}$ の内積を計算することにより

$$\cos \theta = \frac{1 + \text{③} \text{ }}{\sqrt{5(\text{④} \text{ })}}$$

と表される。したがって $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 k の値は $k =$ ⑤ である。

(以上)

