

2020 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕 $\triangle ABC$ において、 $AB > AC$ であるとする。 $\angle A$ の二等分線と BC の交点を P 、 $\angle A$ の外角の二等分線と直線 BC の交点を Q とする。 $AB = c$ 、 $BC = a$ 、 $CA = b$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 、 b 、 c を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{BQ} = k\overrightarrow{BC}$ と表す。 k を b と c を用いて表せ。
- (3) $BQ : CQ$ を求めよ。また、点 Q はどのような点であるといえるか。

〔Ⅱ〕 放物線 $C: y = -x^2 - 4x - 5$ および原点 $O(0, 0)$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C を原点 O に関して対称に移動した放物線 D の方程式を求めよ。
- (2) 原点 O から放物線 C に引いた接線は放物線 D にも接していることを示せ。
- (3) 原点 O から放物線 C に引いた接線と放物線 C で囲まれる部分の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 0 から 9 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。10 枚のカードから無作為に 1 枚ずつカードを引いてもとに戻す操作を 3 回繰り返す。カードに書かれた数を引いた順に a, b, c として、 $n = 100a + 10b + c$ とおく。次の をうめよ。

(1) n が 3 桁の整数となる確率は ① である。

(2) $100 \leq n \leq 200$ となる確率は ② である。

(3) $\sin \frac{n}{12}\pi = 1$ となる確率は ③ である。

(4) $\log_2 n$ が整数となる確率は ④ である。

(5) $n^2 - 1000$ が正となる最小の n は ⑤ である。また、 $\sqrt{n^2 - 1000}$ が整数となる確率は ⑥ である。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

- (1) 自然数 n に対して, $a_n = 2^n + 5$ とおく。 $a_1 =$ ① , $a_2 =$ ② である。 a_{n+1} を a_n を用いて表すと ③ となる。 $n-1$ が ④ の倍数のとき, a_n は 7 の倍数となる。

- (2) 自然数 n に対して, $b_n = 3^{3n-1} + 5^{3n-2}$ とおく。 $b_1 =$ ⑤ , $b_2 =$ ⑥ である。任意の自然数 k に対して, b_{k+1} を b_k と 5^{3k-2} を用いて表すと

$$b_{k+1} = \text{ ⑦ } b_k + \text{ ⑧ } 5^{3k-2}$$

である。 b_k を ⑨ の倍数としたとき, ⑧ も ⑨ の倍数であることより, b_{k+1} も ⑨ の倍数となる。したがって, すべての自然数 n に対して, b_n は ⑨ の倍数となる。

(以上)

