2021 年度入学試験問題

数　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は３ページで大問３問です。余白は計算用紙です。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 次の条件によって定まる各項が正の数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 5,\ \sqrt[3]{\frac{a_{n+1}}{5}} = a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{b_n\}$ が

$$b_1 = 1,\ b_{n+1} = 3b_n + 1 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められている。b_n を求めよ。

(2) $c_n = \log_5 a_n$ とおく。c_{n+1} を c_n で表せ。

(3) a_n を求めよ。それを利用して，すべての自然数 n に対して，a_n は奇数であることを示せ。

〔Ⅱ〕 aを定数とし，xy平面において曲線 $C : y = |x-2|(1-2x)$ と直線 $\ell : y = ax$ を考える。次の □ をうめよ。

放物線 $y = (2-x)(1-2x)$ と ℓ が接するのは，aの値が ① ， ② のときである。ただし， ① < ② とする。このとき，各接点の x座標が2より小さいことが確かめられる。

Cとℓの共有点の個数を調べる。aの値が ① ， ② ， ③ のとき，Cとℓの共有点は2つである。aの値が $a >$ ③ または ④ の範囲のとき，Cとℓの共有点は1つである。aの値が ② $< a <$ ③ または ⑤ の範囲のとき，Cとℓの共有点は3つである。

〔Ⅲ〕 2つの関数 $f(x) = \pi\left(x^2 - \frac{2}{\sqrt{3}}x\right)$，$g(x) = -\sin f(x) - \sqrt{3}\cos f(x)$ を考える。次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。

三角関数の合成を行うことにより

$$g(x) = \boxed{①}\sin\left(f(x) + \boxed{②}\right) \qquad \left(\pi < \boxed{②} < 2\pi\right)$$

を得る。$0 \leqq x \leqq \sqrt{3}$ のとき，$f(x) + \boxed{②}$ の最大値，最小値は，それぞれ $\boxed{③}$，$\boxed{④}$ である。したがって，このとき $g(x)$ の最大値，最小値は，それぞれ $\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ となり，$g(x) = -\sqrt{3}$ となる x は，0，$\frac{2}{\sqrt{3}}$，$\frac{\boxed{⑦}}{\sqrt{3}}$ である。

（以上）