2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

2022年度大学試験問題

数学

注意事項

1. 試験問題の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答は十ページ記号等(日日は[illegible]、日日0.5mm以上の[illegible]
[illegible]
3. 解答用紙(1)[illegible]
[illegible]
4. 試験問題は[illegible]
5. 問題は[illegible]
6. 解答用紙は[illegible]

〔Ⅰ〕 n を3以上の自然数とし，$n \times n$ ブロックの街区（各ブロックの大きさはすべて等しい）を考える。例えば $n = 3$ の場合は図1のようになる。街区の左上端の点をA，右下端の点をBとして，点Aから点Bまで縦横の街路を通って最短距離で行く道順を考える。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 図1のような 3×3 ブロックの街区について，点Aから点Bまで最短距離で行く道順は何通りあるかを求めよ。

(2) (1)の街区に対して，左から2番目で上から2番目のブロックに，図2のように横方向の街路CDを付け加える。このとき，点Aから点Bまで最短距離で行く道順は何通りあるかを求めよ。

(3) $n \times n$ ブロックの街区に対して，左から k 番目で上から k 番目のブロックに横方向の街路をひとつ付け加えたとき，点Aから点Bまで最短距離で行く道順は，付け加える前と比べて何通り増えるかを，n と k を用いて表せ。ただし，k は $1 \leqq k \leqq n$ を満たす自然数とする。

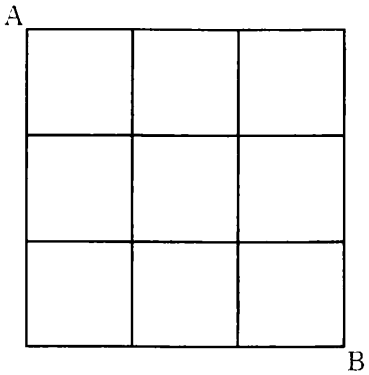

図1

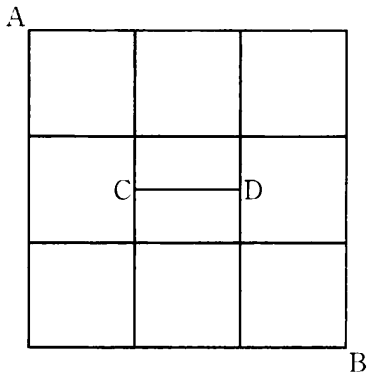

図2

〔Ⅱ〕 2曲線

$$C : y = x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$\ell : y = -2|x-1| + 2$$

がある。次の問いに答えよ。

(1) C と ℓ は異なる2つの共有点をもつ。それぞれの座標を求めよ。

(2) C と ℓ で囲まれた部分の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 1個のさいころを2回投げて出た目を順に p, q とし,

$$a_1 = 0,\ a_{n+1} = pa_n + q \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。

ただし, $\boxed{①}$, $\boxed{③}$, $\boxed{⑤}$, $\boxed{⑥}$ は p, q, n を用いた式で表せ。

(1) $a_2 \geqq 5$ となる条件は $\boxed{①}$ であり, その確率は $\boxed{②}$ である。

(2) $a_3 \geqq 10$ となる条件は $\boxed{③}$ であり, その確率は $\boxed{④}$ である。

(3) $p = 1$ のとき $a_n =$ $\boxed{⑤}$ であり, $p \neq 1$ のとき $a_n =$ $\boxed{⑥}$ である。よって $a_5 \leqq 100$ となる確率は $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅳ〕 a, b を正の実数とする。

$$f(x) = a\sin^3 x\cos x - b\sin^4 x + b\cos^4 x + a\sin x\cos^3 x - 1$$

とおくとき，次の $\boxed{}$ をうめよ。

$f(x) = \boxed{①}\sin 2x + \boxed{②}\cos 2x - 1$ のように変形できるから，$0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値 M，最小値 m を a，b を用いて表せば $M = \boxed{③}$，$m = \boxed{④}$ となる。また a，b が $3M + m = 0$ を満たしながら変化するとき，$2a + \sqrt{3}b$ の最大値は $\boxed{⑤}$ である。

（以上）