

2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 $\alpha^5 = 1$ を満たす複素数 α で、実部と虚部がともに正であるものを以下のようにして求める。次の をうめよ。

$x^5 - 1$ を $x - 1$ で割ると、商は ① , 余りは 0 である。 $t = x + \frac{1}{x}$ と

おき、 $\frac{\text{①}}{x^2}$ を t の式で表すと、

$$\frac{\text{①}}{x^2} = \text{②}$$

である。さらに、 $\text{②} = 0$ となる t の値は ③ である。

よって、 $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ は実数である。さらに、 α の実部と虚部がともに正であるから、 $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ の値は ④ である。したがって、 α の実部は ⑤ , 虚

部は $\frac{\sqrt{\text{⑥}}}{4}$ である。

〔Ⅱ〕 座標平面上の点 P は、原点 $(0, 0)$ から出発し、1つのさいころを投げて、3以上の目が出れば x 軸の正の方向に1だけ進み、2以下の目が出れば y 軸の正の方向に1だけ進むものとする。例えば、さいころを2回投げたとき、1回目に4の目が出て、2回目に1の目が出たとすると、 P は $(0, 0)$ から $(1, 0)$ に進んだ後、 $(1, 1)$ に進む。次の をうめよ。

(1) サイコロを2回投げたとき、 P が $(2, 0)$ にある確率は ① である。

(2) サイコロを4回投げたとき、 P が $(1, 3)$ にある確率は ② である。

(3) サイコロを6回投げたとき、 P が $(2, 4)$ にある確率は ③ である。

(4) サイコロを8回投げたとき、 P が $(4, 1)$ を通って $(6, 2)$ にある確率は ④ である。

(5) サイコロを8回投げたとき、 P が $(2, 2)$ を通らずに $(3, 5)$ にある確率は

$$\frac{2 \frac{\text{⑤}}{\text{⑥}}}{3}$$

である。

〔Ⅲ〕 負の実数 s および正の実数 t に対して、 xy 平面上の 3 点 $A(s, 0)$, $B(0, s)$, $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) P から x 軸に下ろした垂線を PH とし、 $\alpha = \angle APH$, $\beta = \angle BPH$ とおく。

$\tan \alpha$, $\tan \beta$ を s , t の式で表せ。

(2) $\tan \angle APB$ を $\tan \angle APB = \frac{F}{G}$ と表す。ただし、 F , G は s と t についての 4 次の多項式であり、 G の定数項は 1 である。 F , G を求めよ。

(3) $\angle APB = 45^\circ$ となる t が 2 個存在するとき、 t^2 を s の式で表せ。また、そのときの s のとりうる値の範囲を求めよ。

(以上)

