

2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 9 以下の自然数 n に対して 1 から n までの自然数の集合を $Z_n = \{1, 2, \dots, n\}$

とする。 $1 \leq k \leq n$ を満たす自然数 k に対して、 Z_n から k 個の異なる数を取り出し、左から順に 1 列に並べて k 桁の自然数をつくる。このようにして得られる k 桁の異なる自然数の総和を $S(n, k)$ とおくと、次の問いに答えよ。

(1) $S(5, 1)$ を求めよ。

(2) Z_5 から 2 個の異なる数を取り出してつくることのできる 2 桁の自然数をすべて考えるとき、一の位の数々の総和を求めよ。また、これを用いて $S(5, 2)$ を求めよ。

(3) $S(n, k)$ を n と k を用いて表せ。

〔Ⅱ〕 実数 a に対して x の整式

$$f(x) = x^3 + 5x^2 + a^2x + a^2 - 6a + 20$$

$$g(x) = x^3 + (a^2 + 5)x + a^2 - 6a + 30$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ はどんな a に対しても $x - 2$ で割り切れないことを示せ。
- (2) $f(x)$ が $x + 1$ で割り切れるとき、 $g(x)$ も $x + 1$ で割り切れることを示せ。
- (3) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 3つのさいころを同時に投げる。次の をうめよ。

(1) 出る目の積が奇数になる確率は ① である。

(2) 出る目の積が72になる確率は ② である。

(3) 出る目の和が8になる確率は ③ である。

(4) 出る目の最大値が5になる確率は ④ である。

(5) 出る目の最大値が5で、かつ最小値が2である確率は ⑤ である。

〔Ⅳ〕 $\triangle OAB$ において $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおき, 点 C, D を $\overrightarrow{OC} = 2\vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = 3\vec{b}$ によって定める。2 直線 AD, BC の交点を E としたとき, 次の をうめよ。ただし ③ と ④ は s を用いて表せ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表すと, $\overrightarrow{OE} = \text{①} \vec{a} + \text{②} \vec{b}$ となる。

(2) 線分 AB, CD の中点をそれぞれ P, Q とし, 2 直線 OE, PQ の交点を R とする。点 R は直線 PQ 上にあるので, $\overrightarrow{OR} = s\overrightarrow{OP} + (1-s)\overrightarrow{OQ}$ とすれば, $\overrightarrow{OR} = \text{③} \vec{a} + \text{④} \vec{b}$ となる。また, 点 R は直線 OE 上にあるので $\overrightarrow{OR} = t\overrightarrow{OE}$ とおけば, (1) より $\overrightarrow{OR} = t \text{①} \vec{a} + t \text{②} \vec{b}$ となる。したがって, これら 2 つの $\overrightarrow{OR}$ の表示より, $t = \text{⑤}$ となる。

(以上)

