

2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 a, b を実数とする。このとき、 $f(x) = x^2 - ax - b$ とおき、2 次方程式 $f(x) = 0$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ が $x = -1$ および $x = 2$ を解にもつときの a, b の値を求めよ。
- (2) $f(x) = 0$ が $x = -1$ を重解にもつときの a, b の値を求めよ。
- (3) $f(x) = 0$ が $x = 2$ を重解にもつときの a, b の値を求めよ。
- (4) $f(x) = 0$ が 2 つの異なる実数解をもち、それらが -1 より大きく、 2 より小さくなるような点 (a, b) の存在する領域を解答欄の座標平面に図示せよ。

〔Ⅱ〕 次の を数値でうめよ。

$t > 0$ とし、曲線 $y = x^3 - 2x$ 上の点で x 座標が t であるものを P とおく。 O を原点とすると、線分 OP の長さの 2 乗は $OP^2 = t^6 - 4t^4 + \text{①} t^2$ である。

さらに、 $k > 0$ とし、 $OP^2 = k$ となる t の個数を n とする。 $n = 1$ となるのは、

$0 < k < \text{②}$ または $k > \text{③}$ のときである。また、 $n = 2$ となるときの t^2 の値は

$$t^2 = \frac{2}{3}, \quad \text{④}, \quad \text{⑤}, \quad \text{⑥}$$

である。ただし、

$$\frac{2}{3} < \text{④} < \text{⑤} < \text{⑥}$$

である。

〔Ⅲ〕 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。また、 $0 < p < 1$ 、 $0 < q < 1$

とし、辺 OA を $p : (1 - p)$ に内分する点を P 、辺 OB を $(1 - q) : q$ に内分する点を Q とする。さらに、辺 AB の中点を R とし、線分 PQ と線分 OR の交点を S とする。次の をうめよ。

まず、 $\overrightarrow{OR} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ である。また、 $PS : SQ = r : (1 - r)$ とおき、 $\overrightarrow{OS}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ および p 、 q 、 r を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OS} = \text{①} \vec{a} + \text{②} \vec{b}$$

となる。よって、 r を p 、 q の式で表すと、 $r = \text{③}$ となる。さらに、相加平均と相乗平均の大小関係より、不等式

$$\frac{|\overrightarrow{OR}|}{|\overrightarrow{OS}|} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\text{④}} + \frac{1}{\text{⑤}} \right) \geq \sqrt{\frac{1}{\text{④} \times \text{⑤}}}$$

が成り立つ。ただし、 ④ は p の式で、 ⑤ は q の式でうめよ。

p 、 q が

$$\left(\text{④} \right)^2 + \left(\text{⑤} \right)^2 = 1$$

を満たすとする。このとき、 ④ $\times$ ⑤ の最大値は ⑥ である。さらに、 ④ $\times$ ⑤ が最大となるとき、上の不等式において等

号が成り立つ。よって、 $|\overrightarrow{OS}|$ は $p = \frac{\text{⑦}}{2}$ のときに最大となる。

(以上)

