2022 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 100 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 座標平面上に，2 曲線 $C_1 : y = \dfrac{2\sqrt{2}}{x^2+2}$，$C_2 : y = \sqrt{2-x^2}$ がある。

(1) 関数 $f(x) = \dfrac{2\sqrt{2}}{x^2+2}$ の導関数を求めよ。

(2) 関数 $f(x) = \dfrac{2\sqrt{2}}{x^2+2}$ の増減を調べて，$y = f(x)$ のグラフの概形を解答欄の座標平面上に描け。ただし，グラフの凹凸は調べなくてよい。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{2}}{x^2+2}\,dx$ の値を求めよ。

(4) C_1 と C_2 の共有点のうち，第1象限にあるものの x 座標を p とする。$0 \leqq x \leqq p$ において，C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を S_1，$p \leqq x \leqq \sqrt{2}$ において C_1，C_2 および直線 $x = \sqrt{2}$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。$S_1 - S_2$ を計算することによって，S_1 と S_2 の大小を調べよ。

〔Ⅱ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

座標空間に，4点O(0, 0, 0)，A(1, 1, 4)，B(4, −2, 2)，C(2, 2, −2)を頂点とする四面体がある。また，頂点Aから三角形OBCを含む平面に垂線を下ろし，その交点をKとする。

(1) 辺OBの長さは $\boxed{①}$ であり，辺OCの長さは $\boxed{②}$ である。また，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\boxed{③}$ より，三角形OBCの面積は $\boxed{④}$ である。

(2) $\overrightarrow{OK}=p\overrightarrow{OB}+q\overrightarrow{OC}$ (p, q は実数) とすると，$p=\boxed{⑤}$，$q=\boxed{⑥}$ である。また，線分AKの長さは $\boxed{⑦}$ である。

(3) 四面体OAKBと四面体OABCの体積比は1：$\boxed{⑧}$ である。

〔Ⅲ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

O(0, 0)を原点とする複素数平面上に複素数 $\alpha = \sqrt{6} + \sqrt{2}\,i$ がある。ただし，i は虚数単位で，$-\pi \leqq \arg\alpha < \pi$ とする。

(1) $|\alpha| =$ $\boxed{①}$ であり，$\arg\alpha =$ $\boxed{②}$ である。

(2) α^n が正の実数となるような，2桁の正の整数 n で最大のものは $\boxed{③}$ である。

(3) α，$\dfrac{6}{\alpha}$ が表す点をそれぞれA，Bとするとき，三角形OABの面積は $\boxed{④}$ である。

(4) (3)のとき，辺ABと∠AOBの二等分線の交点をC(β)とする。$\beta =$ $\boxed{⑤}$ である。また，$\left|z + \dfrac{\sqrt{6}}{7} - \sqrt{3}\,i\right| = 1$ を満たす複素数 z が描く図形を D とする。D 上の複素数 z において，$|z - \beta|$ のとり得る値の範囲は，$\boxed{⑥} \leqq |z - \beta| \leqq \boxed{⑦}$ である。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) n を2以上の自然数とする。箱の中に $2n$ 枚のカードがあり，それぞれのカードには1から $2n$ までの異なる数が1つずつ記入されている。この箱の中から2枚のカードを同時に取り出すとき，カードに書かれた数の和が $2n$ に等しくなるような取り出し方は $\boxed{①}$ 通りあり，その確率が $\dfrac{3}{28}$ であるとき，$n=$ $\boxed{②}$ である。

(2) 4で割っても，5で割っても余りが2となるような自然数を小さい方から並べてできる数列を $\{a_n\}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする。a_n を n を用いて表すと，$a_n=$ $\boxed{③}$ である。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ の値が4桁の自然数となるような n の最小値は $\boxed{④}$ である。

(3) $y=\log_{\frac{1}{4}}(x-1)$ のグラフを x 軸に関して対称移動したグラフを C_1 とする。C_1 の方程式を，4を底とする対数を用いて表すと，$y=$ $\boxed{⑤}$ である。
また，$y=\log_4 x$ のグラフを x 軸方向に -8，y 軸方向に $-\dfrac{3}{2}$ だけ平行移動したグラフを C_2 とする。C_1 と C_2 の共有点の x 座標は $\boxed{⑥}$ である。

(4) $p=\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+ax-1}-x-1}{x-1}$ が有限な値となるような定数 a の値は $\boxed{⑦}$ であり，このとき，$p=$ $\boxed{⑧}$ である。

(以上)