(理)
数H問

# 2022年度入学試験問題

# 数　　学

## 注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 100 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

◆X 50(22－001)

関西大学入学試験問題

〔 I 〕 実数 $a$ に対して，$P(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 1$ とする。

(1) $P(x)$ をその微分でえられる多項式 $P'(x)$ で割った商と余りを求めよ。

(2) 方程式 $P(x) = 0$ が 3 重解を持つとき，$a$ の値を求めよ。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ が 3 重解を持たないが 2 重解を持つとき，$a$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 座標空間内の3点A(1, 1, 1), B(1, −1, −1), C(−1, 1, −1)と3点A, B, Cを通る平面$\alpha$を考える。次の $\boxed{\phantom{00}}$ をうめよ。

(1) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| =$ $\boxed{①}$ であり, $\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{AC}$の内積は $\boxed{②}$ である。また, △ABCの面積は $\boxed{③}$ である。

(2) 点P$(a, b, c)$が平面$\alpha$上にあるとき, $c$は$a$, $b$を用いて$c =$ $\boxed{④}$ と表される。

(3) 点P$(a, b, c)$が平面$\alpha$上にないとき, Pから$\alpha$に下ろした垂線をPHとする。$\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$とおくとき, $s$, $t$は$a$, $b$, $c$を用いて

$$s = \frac{1}{6}\left(\boxed{⑤}\right),\ t = \frac{1}{6}\left(\boxed{⑥}\right)$$

と表される。Hが△ABCの重心に一致し, かつ中心がAで, 半径が $\boxed{①}$ の球面上にPがあるとき, $a =$ $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} r^{3n-1}$ が収束するような実数 $r$ の範囲を求めよ。また，そのときの和を $r$ を用いて表せ。

(2) 数列 $\{S_m\}$ を

$$S_m = \sum_{n=1}^{3m} \left( \sin \frac{2n}{3}\pi \right) r^{n-1}$$

で定める。$r$ が (1) で求めた範囲にあるとき，極限 $\lim_{m \to \infty} S_m$ を求めよ。

(3) (2) で求めた極限を $f(r)$ とおくとき，積分

$$F(x) = \int_0^x (1 + 2r) f(r)\, dr$$

を求めよ。ただし，$x$ は (1) で求めた範囲内の実数とする。

(4) (3) で求めた関数 $F(x)$ の極値を求めよ。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{\phantom{00}}$ をうめよ。

(1) $a$ は定数とする。定積分

$$I(a) = \int_0^{2\pi} (\sin x - ax)^2 dx$$

の最小値は $\boxed{①}$ であり，最小値を与える $a$ の値は $\boxed{②}$ である。

(2) 複素数平面上の 3 点 O(0)，A$(2+\sqrt{3}i)$，B が，$\angle \mathrm{AOB} = \dfrac{\pi}{6}$ かつ OA = 2OB を満たしているとき，点 B を表す複素数は $\boxed{③}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \sqrt[3]{3},\ a_2 = \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}},\ a_3 = \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}},\ a_4 = \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}}},\ \cdots\cdots$$

で定めたとき，

$$a_n = 3^{\frac{1}{2}\left(\boxed{④}\right)},\quad \lim_{n\to\infty} a_n = \boxed{⑤}$$

となる。

(4) サイコロを 2 回投げ，1 回目，2 回目に出た目を $a$，$b$ とする。$a^2$，$b^2$，27 を 3 辺の長さとする三角形が存在する確率は，$\boxed{⑥}$ である。

(5) 集合 $U$ の部分集合 $S$ に対して，その要素の個数を $n(S)$ で表す。集合 $U$ の 3 つの部分集合 $A$，$B$，$C$ は，

$$n(A\cup B\cup C) = 121,\ n(A) = 67,\ n(B) = 41,\ n(C) = 51,\ n(A\cap B\cap C) = 4$$

を満たしている。このとき，$A$，$B$，$C$ の少なくとも 2 つに属している要素の個数は $\boxed{⑦}$ である。

(以上)