2023 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は３ページで大問３問です。余白は計算用紙です。

〔I〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{①}$ 以外は数値でうめよ。

関数

$$f(\theta)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}\cos^2\theta$$

を考える。$\sin^2\theta$ を $\cos 2\theta$ を用いて表すと，$\boxed{①}$ になる。したがって，$f(\theta)$ を

$$a\sin 2\theta+b\cos 2\theta+c$$

という形に変形すると，$a=-\frac{1}{2}$，$b=\boxed{②}$，$c=\boxed{③}$ となる。よって，

$$f(\theta)=\cos\left(2\theta+\boxed{④}\right)+\boxed{③}\quad\left(0\leqq\boxed{④}<2\pi\right)$$

が成立する。

$-\frac{\pi}{6}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ の範囲で，$f(\theta)$ の最小値と最大値は，それぞれ $\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ である。また，$f(\theta)=0$ を満たす θ の値は $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅱ〕次の $\boxed{}$ をうめよ。ω を $\omega^3 = 1$ となる虚数とするとき，等式

$$\omega^2 = p + q\omega$$

を満たす実数 p，q の値は，$p = \boxed{①}$，$q = \boxed{②}$ である。

正の整数 n に対して，実数 a_n，b_n を

$$(1 + 2\omega)^n = a_n + b_n\omega \quad \cdots(*)$$

で定める。a_{n+1}，b_{n+1} を a_n，b_n の式で表すと

$$a_{n+1} = \boxed{③}, \quad b_{n+1} = \boxed{④}$$

となる。(∗)で定めた a_n，b_n に対して

$$c_n = a_n^2 + b_n^2 - a_n b_n$$

とおく。このとき，$c_1 = \boxed{⑤}$ で，c_n は n の式で $\boxed{⑥}$ と表せる。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$y^2 + xy + y - 2x^2 - x < 0$$

の表す領域を解答欄の座標平面に図示せよ。

(2) rを正の定数とする。次で定められる円

$$x^2 - 2x + y^2 + y + \frac{5}{4} - r^2 = 0$$

の内部が(1)で求めた領域に含まれるとき，rのとりうる値の範囲を求めよ。

(以上)