2023 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 点Oを△ABCの外心とし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とおく。また，点Hを$\overrightarrow{OH}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$により定める。

(1) 内積$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}$はすべて零であることを示せ。

(2) △ABCが鋭角三角形であるとき，等式$|\overrightarrow{AH}|=2|\vec{a}|\cos\angle BAC$が成り立つことを示せ。

(3) HがOと一致するとき，△ABCは正三角形であることを示せ。

〔Ⅱ〕 位置 O から位置 P_i ($i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n$) に向かってそれぞれ1本ずつ，合計 n 本の経路が放射状に延びている。最初，位置 O にいるロボットは等確率でひとつの経路を選んでいずれかの位置 P_i に移動するものとする。P_1，P_2，……，P_n のうちの k 箇所の位置には扉があり，ロボットは移動した位置に扉があるかどうかをセンサーによって確率的に検知することができる。扉が実際にある場合に扉センサーが反応する確率は0.8であり，扉がないのに反応する確率は0.1であるとする。次の問いに答えよ。

(1) ロボットが扉のある位置に移動する確率を求めよ。

(2) ロボットの扉センサーが反応しているとき，ロボットが扉のある位置に移動している確率を求めよ。

(3) 扉のある k 箇所のうちの s 箇所だけには扉の向こう側に宝物がある。ロボットが最初の位置 O にいるときに宝物を見つける確率と，ロボットの扉センサーが反応しているときに宝物を見つける確率をそれぞれ求めよ。

〔Ⅲ〕 $(x+1)^n$ を x^2+x-2 で割った余りを a_nx+b_n ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$) とする。次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) a_{n+1} と b_{n+1} をそれぞれ a_n, b_n で表すと, $a_{n+1}=\boxed{①}\,a_n+\boxed{②}\,b_n$, $b_{n+1}=\boxed{③}\,a_n+\boxed{④}\,b_n$ となる。

(2) $c_n=a_n+pb_n$ とおくとき, 数列 $\{c_n\}$ が等比数列となる p の値をすべて求めると, $p=\boxed{⑤}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項は, それぞれ $a_n=\boxed{⑥}$, $b_n=\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) 周囲の長さが L であるような正 n 角形 Ω の面積を S_n とする。L と n を用いて Ω の一辺の長さを表せば $\boxed{①}$ となり，Ω の中心と頂点を結ぶ線分の長さは $\boxed{②}$ となる。よって，$\dfrac{L^2}{S_n} = \boxed{③} \tan\dfrac{\pi}{n}$ が成り立つ。

(2) xy 平面内に，原点を中心とし半径が r の円 C と，点 $\mathrm{A}(a,\ b)$ において直交している2直線 ℓ，m がある。A が C の内部(周を含まない)にあるための必要十分条件は $\boxed{④} < r^2$ である。

この条件が成り立つとき，C と ℓ の共有点を P，Q とし，C と m の共有点を R，S とすれば，等式 $\mathrm{PR}^2 + \mathrm{PS}^2 + \mathrm{QR}^2 + \mathrm{QS}^2 = \boxed{⑤}\ r^2$ が成り立つ。

(以上)