2023 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 xy 平面内の曲線 $C_1 : y = x^2$ に点 $\mathrm{P}(p,\ q)$ から2本の接線をひき，接点をそれぞれ $\mathrm{A}(\alpha,\ \alpha^2)$，$\mathrm{B}(\beta,\ \beta^2)$ とする。ただし，$q < p^2$，$\alpha < \beta$ とする。

(1) p と q を α，β を用いて表せ。

(2) 線分 AB と C_1 とで囲まれた部分の面積を S とするとき，S を p，q を用いて表せ。

(3) 点 P が曲線 $C_2 : y = -x^2 + 2x - 2$ 上をくまなく動くとき，(2) で求めた S の最小値とそのときの p の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき $x + \dfrac{1}{x}$ の最小値を求めよ。また，最小となるときの x の値を求めよ。

(2) n を自然数とするとき，x に関する方程式

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{x^k}{1 + x^{2k}} = n$$

の実数解は $x = 1$ だけであることを示せ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の原点に駒を置く。3枚のコインを同時に投げ，次のルールに従って駒を動かす。

(a) コインが3枚とも表であれば，駒を x 軸方向に $+1$ 動かす。

(b) コインの2枚が表で，1枚が裏であれば，駒を x 軸方向に -1 動かす。

(c) コインの1枚が表で，2枚が裏であれば，駒を y 軸方向に $+1$ 動かす。

(d) コインが3枚とも裏であれば，駒を y 軸方向に -1 動かす。

このとき，次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) コインを1回投げたとき，駒が $(0,\ 1)$ にある確率は $\boxed{①}$ である。

(2) コインを2回投げたとき，駒が原点にある確率は $\boxed{②}$ である。

(3) コインを3回投げたとき，駒が原点にある確率は $\boxed{③}$ である。

(4) コインを4回投げたとき，駒が $(1,\ 1)$ にある確率は $\boxed{④}$ である。

(5) コインを5回投げたとき，駒が $(0,\ 1)$ にある確率は $\boxed{⑤}$ である。

〔Ⅳ〕 α, βは実数で，$\beta \geqq 0$であるとする。次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{①}$ はBを使って表し，$\boxed{③}$ はβだけの式で表せ。

$$f(x) = \int_{-1}^{\beta} (x^2 - \alpha t) f(t)\,dt + 1$$

を満たす関数$f(x)$がαに無関係になるようにβを定め，そのときの$f(x)$を求めよう。

$\mathrm{A} = \int_{-1}^{\beta} f(t)\,dt$, $\mathrm{B} = \int_{-1}^{\beta} tf(t)\,dt$ とおけば，$f(x) = \mathrm{A}x^2 + \boxed{①}$ と表すことができる。よって，$f(x)$がαに無関係ならば$\mathrm{B} = \boxed{②}$ でなければならない。このとき$\mathrm{A} = \boxed{③}$ であるから，$\mathrm{B} = \boxed{②}$ のとき$\beta = \boxed{④}$ であり，$f(x) = \boxed{⑤}$ である。

（以上）