

2023 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 次の を数値でうめよ。

曲線 $y = x^2$ を C_1 とおき、点 $P(1, 0)$ から C_1 に引いた傾きが正の接線の接点を Q とすると、 Q の x 座標は ① である。さらに、 O を原点、 a, b を定数とし、曲線 $y = ax^3 + bx$ を C_2 とおく。 C_2 が点 P, Q を通るとき、 $a =$ ② , $b =$ ③ である。

このとき、 C_1 と C_2 の交点のうち O, Q と異なるものを R とすると、 R の x 座標は ④ である。さらに、 C_1 と C_2 で囲まれた図形のうち、 x 座標が 0 以上となる部分の面積を S_1 、 x 座標が 0 以下となる部分の面積を S_2 とすると、 $S_1 =$ ⑤ , $S_2 =$ ⑥ である。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を D、
辺 OB の中点を E、辺 AC の中点を F とする。また、3 点 D、E、F が定める平
面を α とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、ベクトル $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$ は
それぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ の全部または一部を用いて

$$\overrightarrow{DE} = \text{①}, \quad \overrightarrow{DF} = \text{②}$$

と表される。よって、平面 α 上にある点 G は、実数 s, t を用いて

$$\overrightarrow{DG} = s\overrightarrow{DE} + t\overrightarrow{DF}$$

と表されるので、

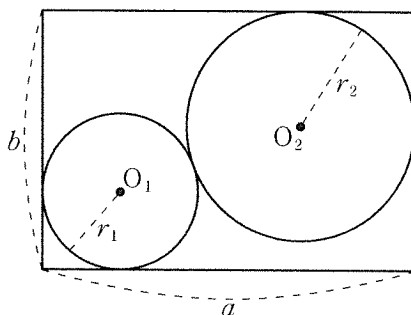
$$\overrightarrow{OG} = \frac{\text{③}}{6}\vec{a} + \text{④}\vec{b} + \frac{t}{2}\vec{c}$$

となる。よって、平面 α と辺 BC の交点を H とすると、

$$\overrightarrow{OH} = \text{⑤}\vec{b} + \text{⑥}\vec{c}$$

と表される。

- 〔Ⅲ〕 下図のように、2 辺の長さが a と b である長方形に、半径 r_1 の円 O_1 と半径 r_2 の円 O_2 が内接しているとする。ただし、 $0 < b \leq a < 2b$ とする。



- (1) $x = r_1 + r_2$ とおくと、三平方の定理を用いて x が満たす 2 次方程式を a と b を用いて表せ。
- (2) $r_1 + r_2$ を a と b を用いて表せ。
- (3) 円 O_1 の面積と円 O_2 の面積の和を S とおいたとき、 S を a 、 b と r_1 を用いて表せ。
- (4) S の最小値を a と b を用いて表せ。

(以上)

