# 2023 年 度 入 学 試 験 問 題

# 数　　学

## 注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 100 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

関西大学入学試験問題

〔Ⅰ〕 $n$ を自然数，$a$ を $1 < a < 2$ を満たす定数とし，$x$ の関数 $f_n(x)$ を

$$\sum_{k=1}^{n} f_k(x) = a^x\{1 - (1 - a^x)^n\}$$

によって定める。例えば，$n = 1$ のとき

$$\sum_{k=1}^{1} f_k(x) = f_1(x) = a^x\{1 - (1 - a^x)\} = a^{2x}$$

である。

(1) 関数 $f_2(x)$ を求めよ。

(2) 関数 $f_n(x)$ を求めよ。

(3) 定積分 $I_n = \int_0^1 f_n(x)\,dx$ について，$t = 1 - a^x$ とおく。このとき，$\dfrac{dx}{dt}$ を $a$，$t$ を用いて表せ。また，$I_n$ を $a$，$n$ を用いて表せ。

(4) (3)の $I_n$ について，和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} I_k$ を求めよ。また，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} I_k$ を求めよ。

〔Ⅱ〕 $n$ を自然数として，数字の1と2のみを用いてできる自然数を小さい順に並べて数列 $\{a_n\}$ を次のように作る。以下の $\boxed{\phantom{00}}$ をうめよ。

$$\{a_n\}：1,\ 2,\ 11,\ 12,\ 21,\ 22,\ 111,\ 112,\ \cdots\cdots$$

(1) $a_{11} = \boxed{①}$ ，$a_{16} = \boxed{②}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち，4桁の自然数で，千の位の数が1であるものは全部で $\boxed{③}$ 個ある。また，4桁の自然数となるすべての項の和は $\boxed{④}$ である。

(3) $a_n = 21121$ であるとき，$n = \boxed{⑤}$ である。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち，$n$ 桁の自然数で，左端の数が1であるものは全部で $\boxed{⑥}$ 個ある。また，$n$ 桁の自然数となるすべての項の和は $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅲ〕 $t$ を媒介変数として，$x = t^2 + 3t$，$y = 4 - t^2$ $(|t| \leqq 1)$ で表される曲線を $C$ とする。次の $\boxed{\phantom{00}}$ をうめよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を $t$ を用いて表すと，$\dfrac{dy}{dx} = \boxed{①}$ である。また，曲線 $C$ 上の点の $y$ 座標の最大値は $\boxed{②}$，最小値は $\boxed{③}$ である。

(2) 曲線 $C$ の接線のうち，傾きが $\dfrac{1}{2}$ のものの方程式は $y = \dfrac{1}{2}x + \boxed{④}$ である。

(3) 曲線 $C$ 上の点 $(t^2 + 3t,\ 4 - t^2)$ における $C$ の法線が原点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ を通るような $t$ の値は小さい方から，$\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ である。

(4) 曲線 $C$ と直線 $y = 3$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{\phantom{00}}$ をうめよ。

(1) △OAB において，OA = 3，OB = 2，$\cos\angle AOB = -\dfrac{1}{8}$ とする。点 B から直線 OA に垂線を下ろし，直線 OA との交点を H とするとき，AH = $\boxed{①}$ である。

(2) 大きさが異なる 4 個のさいころを同時に投げる。このとき，出る目の和が 7 となる確率は $\boxed{②}$ である。また，出る目の積が 3 の倍数となる確率は $\boxed{③}$ である。

(3) O を原点とする座標空間に 3 点 A(2, 0, 0)，B(0, 2, 0)，C(0, 0, 1) がある。点 D(2, 4, $k$)（$k$ は定数）が平面 ABC 上にあるとき，$k$ = $\boxed{④}$ である。また，平面 ABC に関して点 O と対称な点 O′ の座標は $\boxed{⑤}$ である。

(4) 2 つの円 $x^2 + y^2 = 1$，$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 5$ をそれぞれ $C_1$，$C_2$ とする。円 $C_1$ の中心を点 A，円 $C_2$ の中心を点 B とするとき，線分 AB の垂直二等分線の方程式は $y$ = $\boxed{⑥}$ である。また，2 つの円 $C_1$，$C_2$ の外部にある点 P から，$C_1$，$C_2$ に接線を引き，接点をそれぞれ $T_1$，$T_2$ とする。点 P が $PT_1 : PT_2 = 1 : \sqrt{2}$ を満たしながら動くとき，点 P の描く図形の方程式は $\boxed{⑦}$ である。

（以上）