

2023 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 $AB = AC = 2BC$ を満たす二等辺三角形 ABC を考える。 D を AB の中点とし、
 $\angle ACD = \alpha$, $\angle BCD = \beta$ とする。 次の問いに答えよ。

(1) $\cos(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。

(2) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ の値を求めよ。

(3) $\sin \alpha$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。ただし、 ① , ② , ④ ,
 ⑤ は a の式で、 ③ , ⑥ は数値でうめよ。

曲線 $y = x^3 - x$ を C とおき、 a を 0 と異なる定数とする。P を x 座標が a である C 上の点とし、P における C の接線を ℓ とおく。 C と ℓ の共有点のうち、P と異なるものを Q とすると、Q の x 座標は ① である。Q における C の接線を m とおく。このとき、 m の傾きは ② である。 m と x 軸が平行になるのは、 $a^2 =$ ③ のときである。

C と m が共有する点のうち、Q と異なるものを R とおくとき、R の x 座標は ④ である。R における C の接線を n とおくとき、 n の傾きは ⑤ である。 ℓ と n が垂直になるのは、 $a^2 = \frac{1}{96} \left(\text{ ⑥} \right)$ のときである。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

ユークリッドの互除法を用いて、2つの整数 9563 と 7729 の最大公約数を求める。3 回目の計算で求められる商と余りはそれぞれ ① , ② であり、最大公約数は ③ である。ユークリッドの互除法で求められた商と余りに関する一連の等式を用いることにより、不定方程式

$$9563x + 7729y = 2 \times \text{③}$$

の整数解を 1 つ求めると、 $(x, y) = \left(\text{④}, \text{⑤} \right)$ となる。この不定方程式のすべての整数解 (x, y) のなかで、不等式

$$|x| + |y| < 1000$$

を満たすものの個数は ⑥ である。

(以上)

