

2023 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 m を正の定数とし、 $y = mx - 1$ で定められる直線 ℓ と、 $y = x^2$ で定められる曲線 C を考える。このとき、以下の をうめよ。ただし、 ② は m と t の式で、その他は m の式でうめよ。

ℓ と C が共有点をもたないような m の値の範囲は ① である。以下、条件 ① の下で考える。点 $P(t, t^2)$ と ℓ の距離 d は ② と表され、 $t =$ ③ のとき、 d は最小値 ④ をとる。また、 x 座標が ③ となる点における C の接線の傾きは ⑤ となる。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

p, q を実数とし、複素数 z に関する方程式

$$z^2 + p\bar{z} + q = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える。ここで、 $\bar{z}$ は z の共役な複素数を表す。 z の実部を x 、虚部を y とする。

p, q, x, y を用いて、 $(*)$ の左辺の実部と虚部を表すと、それぞれ ① ,

② となる。

例えば、 $p = 2, q = 1$ とすると、 $(*)$ は異なる ③ 個の解をもち、実数解は ④ , 虚数解は ⑤ である。

pq 平面の部分集合

$$\{(p, q) \mid 2 < p < 4, (*) \text{ は異なる } 4 \text{ 個の解をもつ}\}$$

を D とする。 D とその境界が定める図形の面積は ⑥ である。

〔Ⅲ〕 平行四辺形 OABC において、 $\angle OCA = 90^\circ$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおき、
 $|\vec{a}| = \sqrt{13}$, $|\vec{c}| = 1$ とする。点 C から対角線 OB に下ろした垂線を CD とおく。
次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{c}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{CD}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ で表せ。
- (3) 辺 CD の長さを求めよ。

(以上)

