

2024 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の問いに答えよ。

(1) $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi$ のとき, $\sin \theta$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた $\sin \theta$ のとり得る値の最小値を a とし, 最大値を b とする。

連立不等式

$$\begin{cases} y \leq a(x+1) \\ y \leq b(x+1) \end{cases}$$

の表す領域を D とする。領域 D を解答欄の座標平面に図示せよ。

(3) 直線 $\ell: y = m(x-3) + 2$ が (2) で求めた領域 D と共有点を持たないとき, m のとり得る値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

(1) $f(t) = -\frac{25}{4}t^4 + 15t^3 - \frac{23}{2}t^2 + 3t$ とする。このとき、 $f(t)$ の導関数は

$$f'(t) = -25(t-1) \left(t - \text{①} \right) \left(t - \text{②} \right)$$

となる。ただし、 ① < ② とする。

関数 $f(t)$ は $0 \leq t \leq 1$ において $t = \text{①}$ および $t = \text{③}$ で最大値をとり、 $t = \text{②}$ における $f(t)$ の値は ④ である。

(2) $g(x) = -\frac{25}{4}\sin^4 x + 15\sin^3 x - \frac{23}{2}\sin^2 x + 3\sin x$ とする。このとき、方程式 $g(x) = m$ の $0 \leq x \leq \pi$ の範囲における異なる解の個数 n は次の通りとなる。

(a) $m < 0$ のとき $n = 0$

(b) $0 \leq m < \text{④}$ のとき $n = 2$

(c) $m = \text{④}$ のとき $n = \text{⑤}$

(d) ④ < $m < \text{⑥}$ のとき $n = 6$

(e) $m = \text{⑥}$ のとき $n = \text{⑦}$

(f) ⑥ < m のとき $n = 0$

〔Ⅲ〕 関数

$$f(x) = \int_x^{x+1} |t^2 - x^2| dt$$

を考える。次の をうめよ。ただし、 ① , ③ ,
 ④ は a の多項式で、ほかは数値でうめよ。

(1) $a > 0$ のとき、 $f(a) =$ ① となる。

(2) $a < 0$ のとき、命題「 $a \leq t \leq a+1 \implies t^2 - a^2 \leq 0$ 」が真となる a の範囲は $a \leq$ ② である。したがって、 $a \leq$ ② の範囲では $f(a) =$ ③ となる。さらに、 ② $< a \leq 0$ の範囲では $f(a) =$ ④ となる。

(3) 関数 $f(x)$ は $x =$ ⑤ において最小となり、最小値 ⑥ をとる。

(以上)

