

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 a を正の定数とし、曲線 $y = x^2$ を C とおく。点 $P(a, -3a^2)$ から C へ引いた接線のうち、傾きが正のものを ℓ とおく。次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) C と ℓ の接点を Q とおく。 Q の座標を求めよ。

(3) C と ℓ および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

〔Ⅱ〕 4次方程式

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を解く。次の をうめよ。ただし、 ① 以外は数値でうめよ。

$x = 1$ は $(*)$ の解にならないので、

$$x - 1 + \frac{1}{x - 1} = t \quad \cdots \cdots (**)$$

とおく。 $(x - 1)^2 + \left(\frac{1}{x - 1}\right)^2$ を t を用いて表すと

$$(x - 1)^2 + \left(\frac{1}{x - 1}\right)^2 = \text{ ① }$$

となる。次に、

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25$$

$$= (x - 1)^4 - \text{ ② } (x - 1)^3 + \text{ ③ } (x - 1)^2 - \text{ ② } (x - 1) + 1$$

と変形できることにより、 $(*)$ は t についての2次方程式 $\left(t - \text{ ④ } \right)^2 = 0$ にかきかえられる。これを解くと $t = \text{ ④ }$ となる。これを $(**)$ に代入すると

$(*)$ の解は $x = \text{ ⑤ }$, ⑥ となる。ただし、 $\text{ ⑤ } < \text{ ⑥ }$

とする。

〔Ⅲ〕 x, y を 1 でない正の実数とし

$$t = 9\log_x y + \log_y x$$

とおく。次の をうめよ。

$t = -6$ のとき, $\log_y x$ の値は ① となる。また, $t = 10$ のとき, $\log_y x$ の値をすべて求めると ② となる。

$9\log_x y$ と $\log_y x$ は u についての 2 次方程式 $u^2 - tu +$ ③ $= 0$ の解である。このことから, x, y として 1 でない正の実数全体を考えたとき, t のとりうる値の範囲は $t \leq$ ④ , または, ⑤ $\leq t$ となる。 $x > 1, y > 1$ となる範囲に制限したときの t のとりうる値の範囲は ⑥ である。さらに, $x > y^4, y > 1$ となる範囲に制限したときの t のとりうる値の範囲は ⑦ である。

(以上)

