2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は３ページで大問３問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。

$0 \leqq \theta < \pi$ とする。座標平面において，原点と点 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ を通る直線を ℓ とおく。点 $(2,\ 0)$ と ℓ の距離を s とおくと，

$$s^2 = \boxed{①} \sin^2\theta$$

である。

また，点 $(1,\ -3)$ と ℓ の距離を t とおくと，

$$t^2 = \sin^2\theta + \boxed{②} \sin\theta\cos\theta + \boxed{③} \cos^2\theta$$

である。よって，

$$s^2 + t^2 = \boxed{④} \sin 2\theta + \boxed{⑤} \cos 2\theta + \boxed{⑥}$$

となる。

さらに，θ が $0 \leqq \theta < \pi$ の範囲を動くとき，$s^2 + t^2$ の最小値は $\boxed{⑦}$ である。

〔II〕 s, t を実数とし，$0 < s < 1$, $t > 0$ とする。$\triangle$OAB において，辺 OA を $(1-s):s$ に内分する点を P とし，辺 OB を $(1+t):t$ に外分する点を Q とする。線分 PQ と辺 AB の交点を R とする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。次の $\boxed{}$ をうめよ。

$\overrightarrow{OP}$ を s と $\vec{a}$ を用いて表すと $\left(\boxed{①}\right)\vec{a}$ となる。$\overrightarrow{OQ}$ を t と $\vec{b}$ を用いて表すと $\left(\boxed{②}\right)\vec{b}$ となる。$\overrightarrow{OR}$ を s, t と $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表すと

$$\frac{\boxed{③}}{s+t}\vec{a} + \frac{\boxed{④}}{s+t}\vec{b}$$

となる。

AR : RB $= 3 : 8$ となる s, t のなかで，s が2以上の整数の逆数で，t が整数となるものをすべて求めると $(s,\ t) = \boxed{⑤}$ となる。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 和

$$\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)}$$

を求めよ。

(2) 和

$$\sum_{k=1}^{n} \left\{ \frac{1}{k(k+1)(k+2)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} \right\}$$

を求めよ。

(3) 和

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$$

を S_n とおく。このとき，すべての自然数 n に対して $S_n < \dfrac{1}{m}$ となるような自然数 m のうち，最大のものを求めよ。

(以上)