

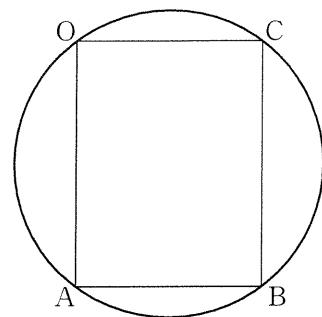
2025 年度 入学 試験 問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

[I] 図のような円に内接する長方形 OABC において、辺 AB を 1 : 2 に内分する点を D とし、直線 OD と円の交点のうち、O でないものを E とする。 $OA = 4$, $OC = 3$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問い合わせに答えよ。



- (1) ベクトル \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) $\cos \angle BOD$ の値を求めよ。
- (3) ベクトル \overrightarrow{OE} を \vec{a} , \vec{c} を用いて表せ。

[II] $0 \leq x < 2\pi$ において、関数

$$y = \frac{1}{3}(\sin^3 x + \cos^3 x) + \sin x \cos x(\sin x + \cos x) + \sin x \cos x - 2(\sin x + \cos x) + \frac{1}{2}$$

を考える。次の をうめよ。ただし、 (2), (3) 以外は数値でうめよ。

$\sin x + \cos x = t$ とおくと、 t のとりうる値の範囲は

$$-\boxed{①} \leq t \leq \boxed{①}$$

である。また、 $\sin x \cos x$ を t を用いて表すと $\sin x \cos x = \boxed{②}$ となる。

さらに、 y を t を用いて表すと $y = \boxed{③}$ となる。

したがって、 y は $t = \boxed{④}$ で最小値をとり、 $t = \boxed{⑤}$ で最大値 $\boxed{⑥}$ をとる。よって、 y の最大値を与える x の値は $\boxed{⑦}$ となる。

[III] 集合 A , B を

$$A = \{x \mid 1 \leqq x \leqq 99, x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{x \mid 1 \leqq x \leqq 99, x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

とする。次の を数値でうめよ。

$A \cap B$ は 1 以上 99 以下の ① の倍数全体の集合である。 A の要素の個数を ℓ とおくと, $\ell = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">②$ である。 A の要素を小さい順に a_1, a_2, \dots, a_ℓ とおくと,

$$\sum_{k=1}^{\ell} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_\ell = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">③$$

である。

$A \cup B$ の要素の個数を m とおくと, $m = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">④$ である。 $A \cup B$ の要素を小さい順に x_1, x_2, \dots, x_m とおくと,

$$\sum_{k=1}^m x_k = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">⑤$$

である。また, $A \cup B$ の部分集合で, 2 個の要素からなるものは全部で ⑥ 個あり, そのうち, 整数 a を用いて $\{a, a+2\}$ と表されるものは全部で ⑦ 個ある。

(以上)

