

2025 年度 入学 試験 問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

[I] 関数

$$y = \sin^3 x + \cos^3 x - |\sin x + \cos x| \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

がある。 $t = \sin x + \cos x$ とおくとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) y を t で表せ。
- (2) t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) y の最大値と最小値を求めよ。

〔 II 〕 次の問い合わせに答えよ。

(1) 2^{2025} は 10 進法で何桁の整数か。また、最高位の数字は何か。ただし、

$\log_{10} 2 = 0.3010\cdots$, $\log_{10} 3 = 0.4771\cdots$ は用いてよい。

(2) 2^{2025} を $33 = 2^5 + 1$ で割った余りを求めよ。

[III] さいころを3回投げて、出た目に1を加えた値を順に a , b , c として、

$X = \log_a b$, $Y = \log_a c$ を考える。次の をうめよ。

(1) $X = Y$ となる確率は である。

(2) $X \geq Y$ となる確率は である。

(3) $\frac{X}{Y} \leq 2$ となる確率は である。

(4) $\frac{Y}{X} + 2 \frac{X}{Y} = 3$ となる確率は である。

(5) $X + Y \leq 2$ となる確率は である。

〔IV〕 ある運送会社では、2種類の荷物 X, Y が、3人の作業員 A, B, C によって処理されていた。今年から A は検品のみに、B は伝票処理のみに、C は配達のみに専念する形へと変更し、かつ、これらの業務にかける時間はそれぞれ A が1日5時間以内、B が1日8時間以内、C が1日7時間以内と制限された。検品・伝票処理・配達はそれぞれ順序を問わない独立の作業とし、各荷物の処理にはすべての作業を必要とする。荷物 X については、1つあたり検品に10分、伝票処理に30分、配達に30分かかる。荷物 Y については、1つあたり検品に20分、伝票処理に20分、配達に10分かかる。

1日で処理する荷物 X, Y の個数を最大にすることを考える。次の をうめよ。

荷物 X の個数を x 個 ($x \geq 0$)、荷物 Y の個数を y 個 ($y \geq 0$) として、各担当の時間制限を x, y の不等式で表すと、A に関する条件式は ① ≤ 5 、B に関する条件式は ② ≤ 8 、C に関する条件式は ③ ≤ 7 である。 x, y はどちらも整数であることから、1日で処理できる荷物の個数 $x + y$ の最大値は ④ であり、そのときの x, y の組合せは全部で ⑤ 通りある。その中で x が最大なのは $(x, y) =$ ⑥ のときであり、 y が最大なのは $(x, y) =$ ⑦ のときである。

(以上)

