

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の をうめよ。ただし、 ② 以外は数値でうめよ。

$\alpha = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ とし、 $\beta = -\frac{2}{\alpha}$ とおく。 β の分母を有理化すると
 $\beta =$ ① となり、 α, β は x についての 2 次方程式 ② $= 0$ の異なる
2 つの実数解である。ここで、 ② は α, β を含まない x の 2 次式とする。
一般項が

$$a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\sqrt{17}}$$

で表される数列 $\{a_n\}$ について、 $a_2 =$ ③ , $a_3 =$ ④ となる。ま
た、数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+2} = \text{ ⑤} a_{n+1} + \text{ ⑥} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。

〔Ⅱ〕 a, k は定数で, $a > 0$ とする。方程式

$$|x^2 - 2x - a^2 - 2a| = -2x + k \quad \cdots (*)$$

の異なる実数解の個数を調べる。次の をうめよ。

2 次不等式 $x^2 - 2x - a^2 - 2a \geq 0$ の解は

$$x \leq \text{①}, \quad \text{②} \leq x \quad \cdots (**)$$

であり, 2 次不等式 $x^2 - 2x - a^2 - 2a < 0$ の解は

$$\text{①} < x < \text{②} \quad \cdots (***)$$

である。

(**) のとき, (*) は $k = \text{③}$ と変形される。また, (***) のとき,
(*) は $k = \text{④}$ と変形される。ただし, $\text{③}, \text{④}$ は x の 2
次式とする。

したがって, (*) が異なる実数解を 2 個もつような k の値の範囲は

$$\text{⑤} < k < \text{⑥}, \quad \text{⑦} < k$$

である。

〔Ⅲ〕 $O(0, 0)$, $A(-2, 4)$, $B(2\sqrt{3} - 1, t)$ を座標平面上の 3 点とする。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を t を用いて表せ。

以下、 $\triangle OAB$ は正三角形であるとする。

(2) t の値を求めよ。

(3) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが O , A , B を通るとする。このとき、 a , b , c の値をそれぞれ求めよ。

(4) (3) の放物線と直線 OA で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(以上)

