

平成7(1995)年度

慶應義塾大学入学試験問題

医 学 部

数 学

		万位	千位	百位	十位	一位		
受験番号	医						氏名	

注 意

1. 受験番号と氏名は、問題用紙および解答用紙のそれぞれに必ず記入すること。
2. 受験番号は、所定欄のわく内に一字一字記入すること。
3. 解答は、必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。
4. 問題用紙の余白を計算および下書きに用いてよろしい。
5. この冊子の総ページ数は8ページである。

[Ⅰ], [Ⅱ] では空欄をうめよ。

解答は解答用紙のそれぞれの対応する空欄に記入すること。

[Ⅰ] 座標 xyz 空間で 2 本の直線

$$l_1: x-1=y, z=0$$

$$l_2: x=y=z-1$$

を考える。

l_1 上に中心を持ち, l_2 に接する球面のうち, 最小の半径を持つものを求めると, その中心の座標は (, ,) であり, 半径は である。

[Ⅱ]

(1) 不定積分 $I = \int \sqrt{1+x^2} dx$ を, $\sqrt{1+x^2} + x = t$ とおいて, すなわち $\sqrt{1+x^2} = t - x$ とおいて求める。 $I =$ である。

(2) 座標 xyz 空間で 3 点 A, B, C を, $A(1, 0, 0), B(0, 0, 1), C(0, 1, 1)$ とおき, また, O を座標原点とする。

n を自然数とする。

線分 BC を n 等分する分点が, $P_0=B, P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n=C$ の順に並んでいる。

また, 線分 OA を n 等分する分点が, $Q_0=O, Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}, Q_n=A$ の順に並んでいる。

3 角形 $P_k Q_k Q_{k+1}$ の面積 S_k , および 3 角形 $P_k P_{k+1} Q_{k+1}$ の面積 S'_k を求めると, $S_k =$, $S'_k =$ である。

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} (S_k + S'_k)$$

を求めると, $S =$ である。

[Ⅲ]

- (1) 座標 xy 平面におけるだ円

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

を C とする。点 $P(X, Y)$ はだ円 C の外部にあって、すなわち、 $\frac{X^2}{4} + Y^2 > 1$ を満たし、点 $P(X, Y)$ から C にひいた2本の接線は点 $P(X, Y)$ で直交している。このような点 $P(X, Y)$ 全体のなす軌跡を求めよ。

- (2) 座標 xy 平面において、長軸の長さが4で、短軸の長さが2のだ円を考える。

このだ円が、第一象限（すなわち、 $\{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0\}$ ）において x 軸、 y 軸の両方に接しつつ可能なすべての位置にわたって動くとき、このだ円の中心の描く軌跡を求めよ。

[IV] 数直線 x 軸を1つの粒子が次のように運動する。すなわち、この粒子は1秒ごとに、確率 $\frac{1}{2}$ で x 軸の正の方向に1だけ移動し、確率 $\frac{1}{4}$ で負の方向に1だけ移動し、確率 $\frac{1}{4}$ でその場所に留まる。

m, n を自然数の定数とする。整数 $k=0, 1, \dots, m+n$ に対して、この粒子が点 $x=-m+k$ から出発して、最初からどの瞬間においても点 $x=-m$ の位置を占めることなく、点 $x=n$ に到達する確率を p_k とする。

次の問いに答えよ。

- (1) p_0, p_{m+n} はいくらか。
- (2) $k=1, \dots, m+n-1$ に対して、 p_{k+1}, p_k, p_{k-1} の間に成り立つ漸化式を求めよ。
- (3) $k=2, \dots, m+n$ に対して、 p_k を p_1 を用いて表せ。
- (4) p_{m+n} の値を考慮して p_1 の値を求めよ。
- (5) $k=2, \dots, m+n$ に対して p_k の値を求めよ。
- (6) n を固定して、 $m \rightarrow +\infty$ としたときの p_m の極限值 $\lim_{m \rightarrow +\infty} p_m$ を求めよ。

[V] 本問では、行列とは2行2列の行列を意味することとする。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対し、 $D(A) = ad - bc$ とおく。

任意の行列 A, B に対し、 $D(AB) = D(A)D(B)$ が成立することを証明せよ。

(2) 2以上の自然数 m に対し、 $X^m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ を満たす行列 X は存在しないことを証明せよ。

(3) λ を0でない定数とする。

$$X^3 - \lambda X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

を満たす行列 X を求めよ。