

[I]

$$(1) \quad (\text{あ}) \quad -3 + \sqrt{10} \leq x < \frac{5}{2}$$

$$(2) \quad (\text{い}) \quad -\frac{1}{9} \leq b \leq 0$$

$$(3) \quad (\text{う}) \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$$

$$(\text{え}) \quad \frac{\pi}{6}$$

〔Ⅱ〕

(1)	(1-1)	(あ)	$\frac{1}{2}$		
	(1-2)	(い)	$\frac{2}{3}$	(う)	$\left(\frac{2}{3}\right)^m$
(2)	(2-1)	(え)	1	(お)	$\frac{1}{3}$
		(か)	$\frac{2}{3}$	(き)	$\frac{1}{6}$
	(2-2)	(く)	$\frac{m}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^m$		

〔Ⅲ〕

(1) (あ) $(1-p)(1-q) < 0$

(2) (い) $\frac{1}{q+1}$ (う) $\frac{p}{q+1}$ (え) $\frac{p!q!}{(p+q)!}$

(3) (お) $\frac{1}{4}$ (か) $\frac{1-\alpha}{3}$ (き) $\frac{4\alpha-1}{3}$ (く) $\frac{3}{2}$

【Ⅳ】

(1) (証明)

$$A(0)=(0, 0, \cdots)$$

$$A(s)=(a_1, a_2, \cdots, a_s, 0, \cdots)$$

$$A(t)=(b_1, b_2, \cdots, b_t, 0, \cdots)$$

$$\text{与条件より } s \neq t \text{ なら } \left(\overline{A(s)A(t)} \right)^2 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

まず, $s \geq 1$ とする. ①で $t=0$ とすると,

$$\left(\overline{A(s)A(0)} \right)^2 = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_s^2 = 1$$

ゆえに $A(s) \cdot A(s) = 1$ である.

次に, $t > s \geq 1$ とする. ①より,

$$(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \cdots + (a_t - b_t)^2 = 1$$

$$\therefore (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_t^2) + (b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_t^2)$$

$$- 2(a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_tb_t) = 1$$

$$\therefore A(s) \cdot A(s) + A(t) \cdot A(t) - 2A(s) \cdot A(t) = 1$$

前半で示したことより, $A(s) \cdot A(s) = A(t) \cdot A(t) = 1$ だから,

$$2 - 2A(s) \cdot A(t) = 1$$

ゆえに, $A(s) \cdot A(t) = \frac{1}{2}$ である. (終)

(2)

$$(あ) \quad \frac{1}{2} \qquad (い) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(う) \quad \frac{1}{2} \qquad (え) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} \qquad (お) \quad \sqrt{\frac{2}{3}}$$

(3) (証明)

$$2 \leq s < t, i \geq 1, i \neq s, i \neq t$$

とする.

$$(1) \text{で示したことより, } A(s) \cdot A(i) = A(t) \cdot A(i) \left(= \frac{1}{2} \right) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

(Ⅰ) ①で, $i=1$ とすると,

$$A(s) \cdot A(1) = A(t) \cdot A(1)$$

$$\therefore a_1 = b_1$$

(Ⅱ) $s \geq 3$ のとき, ある番号 $k (1 \leq k \leq s-2)$ に対して,

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2, \cdots, a_k = b_k \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つと仮定する.

このとき①で, $i=k+1 (\leq s-1)$ とすると,

$$\sum_{l=1}^{k+1} a_l c_l = \sum_{l=1}^{k+1} b_l c_l \quad (\text{ただし, } c_l = c(k+1)_l)$$

$$\text{これと②より, } a_{k+1} c_{k+1} = b_{k+1} c_{k+1}$$

$$c_{k+1} > 0 \text{ だから, } a_{k+1} = b_{k+1} \text{ である.}$$

・ $s=2$ のときは(Ⅰ)から結論を得る.

・ $s \geq 3$ のときは(Ⅱ)から数学的帰納法により, 結論を得る. (終)

(4)

$$(か) \quad \frac{1}{2}$$

(5)

$$(き) \quad s+1 \qquad (く) \quad \sqrt{\frac{1}{2(s^2+s)}}$$