

平成19年度入学試験 数 学 (問 題 用 紙)

◎ 問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 3個のサイコロ A,B,C を振って、出た目の数をそれぞれ a, b, c とするとき

- (1) 3数 a, b, c がすべて異なる確率は である。
- (2) 3数 a, b, c がすべて3以上になる確率は である。
- (3) 3数 a, b, c の最小値が3となる確率は である。
- (4) 3数 a, b, c のうちの2数の和が、もう1つの数に等しくなる確率は である。
- (5) 3数 a, b, c のうちの2数の和が、もう1つの数より小さくなる確率は である。
- (6) 3数 a, b, c を3辺とする三角形を作ることができる確率は である。

2 2次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ が表す放物線 C: $y = f(x)$ 上の2定点を A(4,3), B(2, -1) とし、C上の動点を $P(p, f(p))$ とする。点Pが2点A,Bとは異なる位置にあるとき、3点A,B,Pが作る $\triangle ABP$ を考える。

- (1) $\triangle ABP$ の面積が15になるような点Pの座標をすべて求めよ。
- (2) $\triangle ABP$ が直角三角形になるような点Pの座標をすべて求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とし、 $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{3}{a_k a_{k+1}}$ とする ($n = 1, 2, 3, \dots$)。

数列 $\{a_n\}$ が次の2条件

(a) $n = 1, 2, 3, \dots$ のすべての n に対して $a_n > 0$

(b) $n = 1, 2, 3, \dots$ のすべての n に対して $S_n = \frac{1}{6}a_n^2 + \frac{1}{2}a_n - \frac{2}{3}$

を満たすとき

- (1) a_1 の値を求めよ。また、 a_2 の値を求めよ。
- (2) $a_{n+1} - a_n$ の値を求めよ。また、 a_n の値を n の式で表せ。
- (3) T_n の値を n の式で表せ。
- (4) $n = 1, 2, 3, \dots$ のすべての n に対して $\frac{3}{28} \leq T_n < \frac{1}{4}$ が成り立つことを示せ。