

(前期)

平成20年度入学試験

◎ 問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

- 1 箱の中に何個かの赤球と白球が入っており、箱の外に多数の赤球と白球が置いてある。これらの赤球と白球に対して、次のような試行を何回も繰り返すこと考える。

【試行】箱の中から無作為に1個の球を取り出して

- 取り出した球が赤球であれば、その赤球と「箱の外の新しい白球2個」の合計3個を箱に入れる。
- 取り出した球が白球であれば、その白球と「箱の外の新しい赤球2個」の合計3個を箱に入れる。

箱の中に、最初、「赤球1個と白球9個」の合計10個の球が入っていたとき

- (1) 1回目の試行で赤球を取り出す確率は である。
- (2) 1回目の試行で赤球を取り出し2回目の試行でも赤球を取り出す確率は であり、
1回目の試行で白球を取り出し2回目の試行で赤球を取り出す確率は であるから、
2回目の試行で赤球を取り出す確率は である。
- (3) 3回目の試行で赤球を取り出す確率は である。
- (4) 4回目の試行で赤球を取り出す確率は である。

- 2 実数 x, y の方程式

$$(k^4 + 2k^2 + 1)x^2 + (k^4 + 2k^2 + 1)y^2 - 8(k^2 + 1)x - 8(k^3 + k)y + 32k^2 - 16k - 16 = 0 \quad (k \text{ は実数})$$

が、円を表しているとき

- (1) その円の半径 R と中心 P の座標を、 k の式で表せ。
- (2) k がとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) k が (2) で求めた範囲の値をとって変化するとき、円の中心 P が描く軌跡の方程式を求めよ。
- (4) 円の中心 P が描く軌跡のグラフの概形を描け。

- 3 n を自然数とする。また、 x 座標と y 座標の値がともに整数である点 (x, y) を格子点とよぶ。

座標平面上の曲線 $y = -nx^2 + 2n^2x$ と x 軸で囲まれた図形 (境界を含む) を D_n とし、図形 D_n にある格子点の個数を A_n とする。

- (1) A_1, A_2 の値を求めよ。
- (2) 図形 D_n の格子点のうち、 x 座標の値が $x = k$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 2n$) である格子点の個数を B_k とする。
 B_k を n と k の式で表せ。
- (3) A_n を n の式で表せ。
- (4) 図形 D_n の面積を S_n とする。 $A_n < S_n$ となる最小の n の値を求めよ。