

近畿大学
医学部

(一般前期)

平成23年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 問題は、指示があるまで開かない。
2. 解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

(前期) 平成23年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎ 問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 座標平面上の2つの円を

$$O_1 : x^2 + y^2 = 4r^2, \quad O_2 : (x - a)^2 + y^2 = r^2$$

とする。ただし、 r は正の定数であり、 a は正の値をとって変化する値である。

(1) 2円 O_1, O_2 が異なる2点で交わる場合を考える。このとき、2交点のうち第1象限にある交点をPとすると

i) a がとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}}$ であり、点Pの x 座標は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

ii) 点Pの y 座標が最大になるのは $a = \boxed{\text{エ}}$ のときであり、そのときの点Pの y 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

また、このとき、2円 O_1, O_2 の共通部分の面積は $(\boxed{\text{カ}}\pi - \boxed{\text{キ}})r^2$ である。

(2) 2円 O_1, O_2 が外接する場合を考える。このとき、2円 O_1, O_2 の共通接線のうち、2円 O_1, O_2 との接点がともに第1象限にある共通接線を ℓ とすると

ℓ が x 軸と交わる点の x 座標は $\boxed{\text{ク}}$ であり、 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{ケ}}x + \boxed{\text{コ}}$ である。

2 Oを原点とする座標空間内に、図のような直方体OADB-CPQRがある。

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{OC} = \vec{c}$$

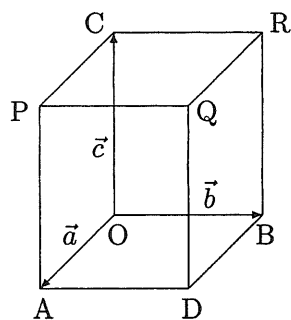
とおく。また、3点A,B,Cを頂点とする $\triangle ABC$ の重心をGとする。

(1) 線分DPを1:5に内分する点をMとし、2点M,Gを通る直線と面OBRCの交点をNとする。このとき

i) $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MG}$ を、それぞれ、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

ii) $\overrightarrow{MN} = s\overrightarrow{MG}$ を満たす s の値を求めよ。

iii) $\overrightarrow{ON}$ を $\vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。



(2) 線分OCを $t:1-t$ に内分する点をLとする($0 < t < 1$)。このとき

i) $\overrightarrow{LD}, \overrightarrow{LG}$ を、それぞれ、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ と t を用いて表せ。

ii) 3点D,G,Lが一直線上にあるように t の値を定めよ。

3 $0 \leq a \leq 2$ をみたす実数 a に対して、 x の関数 $f(x)$ を $f(x) = x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 2a$ とし、

区間 $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の絶対値 $|f(x)|$ の定積分を $S(a) = \int_0^4 |f(x)| dx$ とする。

(1) $f(x)$ を因数分解して、 $f(x) = 0$ をみたす x の値を求めよ。

(2) $f(x) = 0$ が区間 $0 < x < 4$ において異なる2つの解 α, β ($\alpha < \beta$)をもつとき

$$\int_0^4 |f(x)| dx = F(4) - F(0) + 2\{F(\alpha) - F(\beta)\} = F(4) - F(0) + \frac{(\beta - \alpha)^3}{3}$$

がなりたつことを示せ。ただし、 $F(x)$ は関数 $f(x)$ の原始関数(不定積分)である。

(3) $0 < a < 1$ のとき、 $S(a)$ を求めよ。また、 $1 < a < 2$ のとき、 $S(a)$ を求めよ。

(4) a が区間 $0 \leq a \leq 2$ の値をとって変化するとき、 $S(a)$ は区間 $0 < a < 1$ では単調に減少し、区間 $1 < a < 2$ では単調に増加することを示せ。また、 $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。