

(一般前期)

近畿大学
医学部
平成24年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 問題は、指示があるまで開かない。
2. 解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

(前期) 平成24年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎ 問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 関数 $f(x)$ が、すべての実数 x に対して $f(x) = 2x^2 - 14x + \int_0^3 f(x) dx$ をみたしているとき

(1) $\int_0^3 f(x) dx =$ である。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の解 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) の値は, $x_1 =$, $x_2 =$ である。

(3) a を $a \geq 0$ をみたす実数とし, 区間 $a \leq x \leq a+1$ における $f(x)$ の最小値と最大値を, a の関数として, それぞれ, $m(a), M(a)$ とする。このとき

$m(a)$ が一定値となる a の区間は $\leq a \leq$ であり, この区間で $m(a) =$ である。

また, $M(a) \leq 6$ をみたす a の区間は $\leq a \leq$ である。

2 $\angle A = 30^\circ$, $AB = AC = 4$ をみたす $\triangle ABC$ において, 点 C を点 P_1 として, $\triangle P_1Q_1P_2$ が正三角形になるように, 辺 AB 上に点 Q_1 , 辺 AC 上に点 P_2 をとる。

次に, 図のように, $\triangle P_2Q_2P_3$ が正三角形になるように, 辺 AB 上に点 Q_2 , 辺 AC 上に点 P_3 をとる。以下同様にして, $\triangle P_nQ_nP_{n+1}$ が正三角形になるように, 辺 AB 上に点 Q_n , 辺 AC 上に点 P_{n+1} をとる。($n = 1, 2, 3, \dots$)

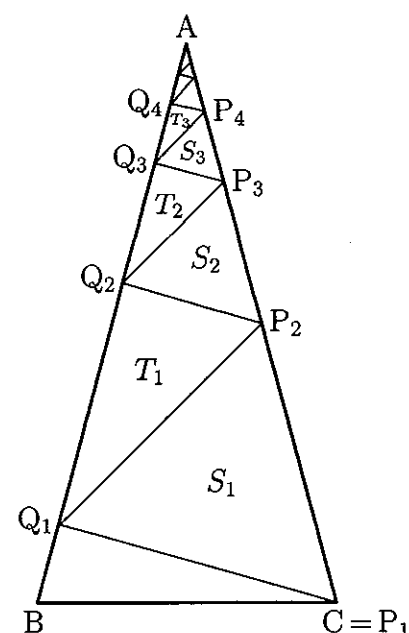
$\triangle P_nQ_nP_{n+1}$ の面積を S_n , $\triangle Q_nP_{n+1}Q_{n+1}$ の面積を T_n とする。

(1) BC と P_1P_2 の長さを, 二重根号を用いない形で求めよ。

(2) S_1, T_1 の値を求めよ。

(3) S_n を n を用いて表せ。また, $S_n < \frac{1}{1000}$ をみたす最小の n の値を求めよ。

(4) T_n を n を用いて表せ。また, 和 $\sum_{n=1}^5 T_n$ の値を求めよ。



3 p を実数の定数として, 実数 x の関数を $f(x) = 25^x + \frac{1}{25^x} + 2p \left(5^x + \frac{1}{5^x} - 1 \right) + 7$ とする。

$t = 5^x + \frac{1}{5^x}$ とおき, $f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とおく。

(1) 関数 $g(t)$ を求めよ。

(2) 方程式 $g(t) = 0$ が実数解を1個もつとき, p の値と解 t の値を求めよ。

(3) 方程式 $g(t) = 0$ が次の条件をみたす2個の実数解 t_1, t_2 をもつとき, p がとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。

a) $t_1 < 2, t_2 > 2$ b) $t_1 = 2, t_2 > 2$ c) $2 < t_1 < t_2$ d) $t_1 < t_2 < 2$

(4) t を定数とみなし $t = 5^x + \frac{1}{5^x}$ を x の方程式とみなして, 方程式 $t = 5^x + \frac{1}{5^x}$ が異なる2つの実数解 x をもつように t の値を定めるとき, t がとりうる値の範囲を求めよ。

(5) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解 x の個数を, p の値で場合分けして求めよ。