

(一般前期)

平成 25 年度 入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 問題は、指示があるまで開かない。
2. 解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

(前期) 平成25年度入学試験 数 学 (問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 xy 平面に正三角形 ABC があり、3 頂点の座標はそれぞれ $A(0, \sqrt{3})$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ となっている。線分 BC を $1:2$ に内分する点を D 、線分 CA の中点を E とする。また P は辺 AB 上を動く点とし、 Q は辺 AC 上を動く点とする。

(1) 直線 AB に関して D と対称な点 T の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

(2) 線分 TE を $s:1-s$ の比に内分する点を R とする。 $\overrightarrow{BR} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC}$ と表すと $m = \boxed{\text{ウ}}, n = \boxed{\text{エ}}$ となる。ただし m, n は s の1次式である。また $s = \boxed{\text{オ}}$ のとき R は線分 AB 上にある。

(3) $DP + PE$ の最小値は $\boxed{\text{カ}}$ である。またそのとき $BP = \boxed{\text{キ}}$ となる。

(4) $DP + PQ + QD$ の最小値は $\boxed{\text{ク}}$ である。またそのとき $\tan \angle BPQ = \boxed{\text{ケ}}$ となる。

2 1 辺の長さが1の正四面体 $OABC$ がある。辺 OA を $1:2$ の比に内分する点を P 、辺 OB の中点を Q 、 R を辺 OC 上の点とすると、

(1) 線分 PQ の長さを求めよ。

(2) 三角形 PQC の面積を求めよ。

(3) R が辺 OC 上を動くとき、三角形 PQR の面積の最小値を求めよ。

(4) 頂点 O から三角形 PQR を含む平面に垂線 OH を引く。点 H が三角形 PQR の内部にあるとき、 $OR = r$ の取りうる値の範囲を求めよ。ただし三角形の内部とはその周を含まないものとする。

3 定義域を $0 \leq x \leq 2\pi$ とする関数 $f(x) = |\sin 2x - 2\sin x - 2\cos x + 1|$ がある。 $t = \sin x + \cos x$ とおき、 $f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とおく。

(1) 関数 $g(t)$ を求めよ。

(2) t が取りうる値の範囲を求めよ。

(3) $f(x)$ が取りうる値の範囲を求めよ。

(4) 方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数 l を k の値で場合分けして求めよ。