（一般前期）

平成30年度 医学部入学試験問題

数　　学

注意事項

1．問題は、指示があるまで開かない。
2．解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。
3．分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。
4．根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
5．根号を含む分数形の解答は、分母を有理化した形で答える。

(一般前期)　平成30年度入学試験　　数　学(問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = 27^x - 9^x - 3^{x+1} + 3$ について考える。$f(x) = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$ である。また, 関数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ とおくとき, $g(x)$ が最小となる x の値は $x = \boxed{\text{イ}}$ であり, その最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

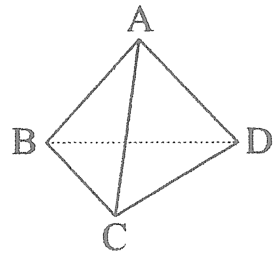
(2) 2つの自然数 m, n の最大公約数を G, 最小公倍数を L とし, $G < m < n < L$ とする。

$$\begin{cases} 2\log_3 L - \log_3 G = 3 + 5\log_3 2 \\ \log_2 L + \log_2 G = 7 + 3\log_2 3 \end{cases}$$

のとき, $m = \boxed{\text{エ}}$, $n = \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 直線 $y = ax + b$ を ℓ とする。ただし, a, b は定数とする。直線 ℓ 上のどのような点 (x, y) に対しても, 点 $(5x + 6y, x + 4y)$ もまた ℓ 上にあるとする。このとき, $(a, b) = \left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right), \left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$ である。ただし, $\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

2 右のような正四面体ABCDを考える。△BCD, △ACD, △ABD, △ABCの重心をそれぞれE,F,G,Hとすると, 正四面体EFGHができる。



(1) 正四面体EFGHの体積は正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。

(2) 辺AB,AC,AD,CD,DB,BCの中点をそれぞれI,J,K,L,M,Nとすると, 正八面体IJKLMNができる。正八面体IJKLMNの体積は正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。

(3) (2)で定めた正八面体IJKLMNの8つの面△IJK, △IKM, △IMN, △INJ, △LJK, △LKM, △LMN, △LNJの重心をそれぞれP,Q,R,S,T,U,V,Wとすると, 立方体PQRS-TUVWができる。立方体PQRS-TUVWの体積は正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。

(4) (3)で定めた4点P,Q,R,Sを通る平面によって正四面体ABCDを切り分けたとき, 頂点A,Bを含む側の体積は正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。

3 3つの実数 a, b, c が $ab = 6 \cdots ①$, $a + b - c^2 = 1 \cdots ②$, $c(a - b) = 2 \cdots ③$ を満たすとする。

(1) a, b の符号を求めよ。

(2) ①,②,③ から a, b を消去し $c^2 = x$ とおけば, x はある3次方程式 $f(x) = 0$ を満たす。x^3 の係数が1であるような3次式 $f(x)$ を求めよ。

(3) (2)で求めた3次方程式 $f(x) = 0$ の正の実数解の個数を求めよ。

(4) ①,②,③ を満たす実数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。