

医学部

数学

試験時間

90 分

注意事項

1. 数学の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【2】，【3】は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 つぎの にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

- (1) O を原点とする空間内の 2 点 $A(2, -1, 1)$, $B(-1, 2, 2)$ の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ とする。 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を α とすると、
 $\cos \alpha =$ (ア) である。 $\vec{a}$, $\vec{b}$ の両方に直交するベクトルで、 x 成分が正で大きさが $5\sqrt{2}$ のベクトルを $\vec{OC}$ とすると、点 C の座標は
 (イ) である。線分 AB を $1:2$ に内分する点を P とし、 $\vec{OP}$ と $\vec{CP}$ のなす角を β とすると、 $\tan \beta =$ (ウ) である。

- (2) 複素数平面上に、原点 O と 3 点 α, β, γ がある。 $\alpha = 2+i$, $\angle \alpha O \beta = 45^\circ$, $\angle O \alpha \beta = 60^\circ$, $\angle \alpha O \gamma = 90^\circ$, $|\alpha| = |\gamma|$ であり、 β と γ の虚部はともに正である。

このとき、 $\gamma =$ (エ) , また $|\beta|$ は $|\alpha|$ の (オ) 倍で、 $\beta =$ (カ) である。さらに、複素数 w が線分 $O\gamma$ 上にあり、四角形 $O\alpha\beta w$ がある円に内接しているとき、 $|w|$ の値は (キ) である。

- (3) 16 人の選手がいて、4 人ずつ 赤, 白, 青, 黄 のユニフォームを着ている。同じ色のユニフォームを着ている 4 人はそれぞれ 赤, 白, 青, 黄 の帽子をかぶっている。今 16 人の選手から 4 人を無作為に選び出す。

このとき、4 人が同じ色のユニフォームを着ている確率は (ク) , 4 人のそれぞれが同じ色のユニフォームと帽子を身につけている確率は (ケ) である。また、4 人のユニフォームの色が 2 色になる確率は (コ) である。

- (4) 不定積分 $I_1 = \int \frac{1}{4-t^2} dt$, $I_2 = \int \frac{t}{4-t^2} dt$ を求めると、 $I_1 =$ (サ) , $I_2 =$ (シ) である。

また、 $0 \leq x \leq 1$ に対して $f(x) = \int_0^1 \left| \frac{x-t}{4-t^2} \right| dt$ とおくと、関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めると (ス) であり、 $f(x)$ は $x =$ (セ) のとき極小値をとる。

【2】 2×2 行列 A は $A^2 + 2A - 3E = O$ を満たしている。ただし、 A は単位行列 E の実数倍ではないとする。また、 O は零行列を表す。

(1) A は逆行列をもつことを示し、逆行列 A^{-1} を A と E を用いて表せ。

答

(2) $(A^{-1})^n = a_n A^{-1} + b_n E$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定まる数列を $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ とする。 a_2, a_3 を求めよ。

答

(3) $\frac{a_{n+1} - a_n}{a_n - a_{n-1}}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) は定数になることを示し, その値を求めよ。

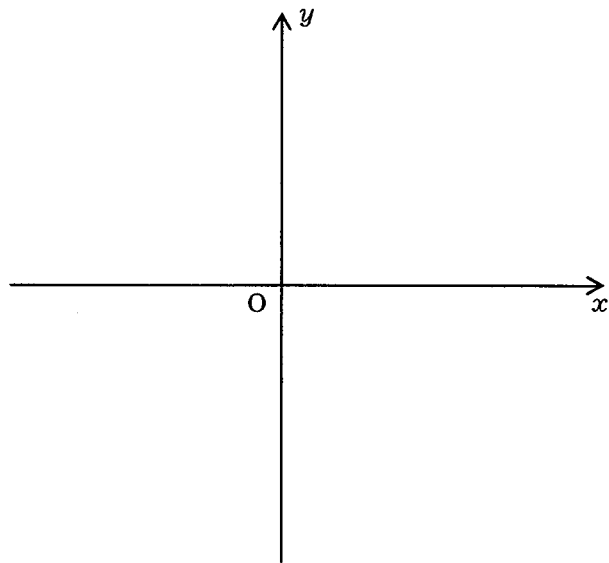
答 _____

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

答 _____

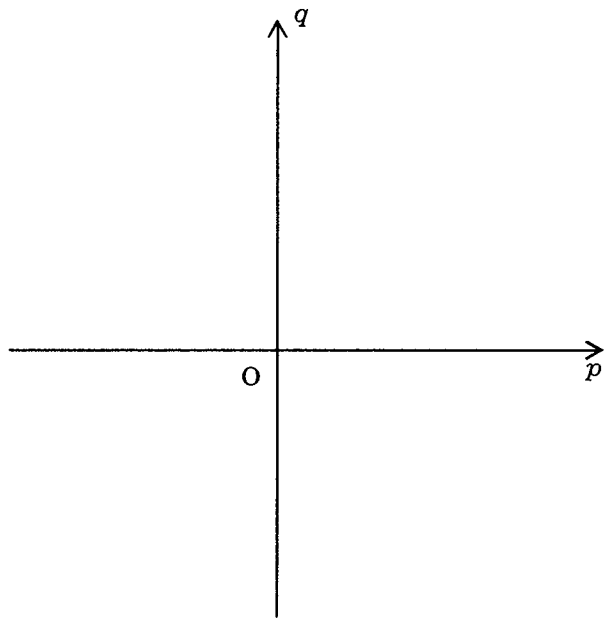
【3】関数 $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$ に対して、次の問に答えよ。

(1) $f(x)$ の増減、凹凸を調べ、極値を求めよ。また、 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。



極値

(2) 点 (p, q) から曲線 $y = f(x)$ に2本の接線 ℓ と m が引けて、かつ ℓ と m が互いに直交するとき、点 (p, q) の描く図形を図示せよ。



答