

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

- 【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。
- (1) i を虚数単位とし、 $\alpha = -2 + 2i$ 、 $\beta = 3 + i$ とする。このとき、 α^5 の値は (ア) である。
 z は等式 $2|z - \alpha| = |z - \beta|$ を満たす複素数全体を動くとする。このとき、複素数平面上の点 $P(z)$ が描く図形は円であり、その中心を表す複素数は (イ) である。また、 $|z|$ の最大値は (ウ) である。

(2) $f(x) = \log \frac{x}{1-x}$ とする。関数 $f(x)$ の逆関数は $f^{-1}(x) =$ (エ) である。方程式 $f^{-1}(x) - a = 0$ が実数解をもつとき、定数 a のとり得る値の範囲は (オ) である。方程式 $\{f^{-1}(x)\}^2 - bf^{-1}(x) - 3b = 0$ が実数解をもつとき、定数 b のとり得る値の範囲は (カ) である。

(3) 等式 $30x - 23y = 1$ を満たす正の整数の組 (x, y) のうち、 $x + y$ が最小となるものは (キ) である。
 $A = \{n \mid n \text{ は } 600 \text{ 以下の正の整数であり、} 30 \text{ の倍数である}\}$ 、 $B = \{n \mid n \text{ は } 600 \text{ 以下の正の整数であり、} n \text{ を } 23 \text{ で割ると } 4 \text{ 余る}\}$ とおく。このとき、 $A \cup B$ に属する正の整数の総和は (ク) である。
また、 m を正の整数とし、 $\sqrt{m^2 + 120}$ は整数であるとする、 m のとり得る値は (ケ)、(コ)、(サ)、(シ) である。

(4) 放物線 $C: y = x^2$ 上に、2つの動点 $P(p, p^2)$ 、 $Q(q, q^2)$ がある。点 P における C の接線 l_1 と点 Q における C の接線 l_2 は垂直であり、 $p > 0$ であるとする。このとき、 q は p を用いて $q =$ (ス) と表され、 l_1 と l_2 および C で囲まれた部分の面積 S は p を用いて $S =$ (セ) と表される。
点 P における C の法線と点 Q における C の法線の交点を R とし、2つの線分 PR と QR および C で囲まれた部分の面積を T とおく。 p が正の実数全体を動くとき、 T の最小値は (ソ) である。

解答欄

(1)	(ア)	(イ)	(ウ)			
(2)	(エ)	(オ)	(カ)			
(3)	(キ) (,)	(ク)	(ケ)	(コ)	(サ)	(シ)
(4)	(ス)	(セ)	(ソ)			

採点	
----	--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。

2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【2】 次の問に答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。

答

(2) $x \neq 0$ を満たすすべての実数 x に対して、 $e^x > 1 + x$ と $e^{-x^2} < \frac{1}{1+x^2}$ が成り立つことを証明せよ。

(3) $\frac{2}{3} < \int_0^1 e^{-x^2} dx < \frac{\pi}{4}$ が成り立つことを証明せよ。

採 点	
--------	--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。

2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】，【3】は，解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

- 【3】 1つの箱を置ける台と 2つの箱 A, B がある。箱 A には赤玉 2 個，青玉 2 個が入っており，箱 B には白玉 3 個，青玉 1 個が入っている。台の上に箱 A を置き，次の操作をくり返す。
- (操作) 台に置かれている箱から玉を 1 個取り出して色を調べてから箱に戻し，台に置かれている箱を台から降ろす。取り出した玉が青玉であれば箱 B を台に置き，それ以外の色の玉であれば箱 A を台に置く。
- 正の整数 n に対し， n 回目の操作を終えたときに，台に箱 A が置かれている確率を a_n ，台に箱 B が置かれている確率を b_n とおく。次の問に答えよ。
- (1) 正の整数 n に対し， b_n と a_{n+1} をそれぞれ a_n を用いて表せ。

答 $b_n =$ _____ , $a_{n+1} =$ _____

- (2) 正の整数 n に対し， a_n を n を用いて表せ。

答 _____

- (3) 正の整数 n に対し，1 回目から n 回目までの n 回の操作で白玉を 1 回も取り出さない確率を n を用いて表せ。

答 _____

- (4) 正の整数 n に対し，1 回目から n 回目までの n 回の操作で白玉をちょうど 1 回だけ取り出す確率を n を用いて表せ。

答 _____

採点	
----	--