

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

- 【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。
- (1) 8の6乗根のうち、実部が正で虚部が負である複素数を z とする。このとき、 $z =$ $\mathcal{A}$ であり、 $z + z^5 =$ $\mathcal{I}$ である。複素数平面において、点 z を中心とする円 C が実軸と2点 α, β で交わり、 $|\alpha - \beta| = \sqrt{30}$ を満たしている。このとき、円 C の半径 r は $r =$ $\mathcal{U}$ である。また、円 C の内部にある複素数のうち、実部、虚部ともに0以上の整数であるものの個数は $\mathcal{E}$ である。

(2) 点 (x, y) は不等式 $x^2 + (y - 1)^2 \leq 1$ の表す領域を動くとする。このとき、 $\frac{x - y - 1}{x + y - 3}$ の最大値は $\mathcal{O}$ であり、 $x(y - 1)$ の最大値は $\mathcal{K}$ である。また、 $\frac{x^2 - 6x + 9}{y^2 - 2y - 3}$ の最大値は $\mathcal{K}$ である。

(3) $\alpha = 3 + \sqrt{10}$, $\beta = 3 - \sqrt{10}$ とし、正の整数 n に対して $A_n = \alpha^n + \beta^n$ とおく。このとき、 A_2, A_3 の値はそれぞれ $A_2 =$ $\mathcal{K}$, $A_3 =$ $\mathcal{K}$ であり、 A_{n+2} を A_{n+1} と A_n を用いて表すと $A_{n+2} =$ $\mathcal{K}$ である。また、 α^{111} の整数部分を K とすると、 K を10で割ると $\mathcal{S}$ 余る。

(4) 正の整数 N に対して、 N の正の約数の個数を $f(N)$ とする。例えば、12の正の約数は1, 2, 3, 4, 6, 12の6個であるから、 $f(12) = 6$ である。

(i) $f(5040) =$ $\mathcal{S}$ である。

(ii) $f(k) = 15$ を満たす正の整数 k のうち、2番目に小さいものは $\mathcal{S}$ である。

(iii) 大小2つのサイコロを投げるとき、出る目の積を l とおく。 $f(l) = 4$ となる確率は $\mathcal{S}$ である。

(iv) 正の整数 m と n は互いに素で、等式 $f(mn) = 3f(m) + 5f(n) - 13$ を満たすとする。このとき、 mn を最小にする m と n の組 (m, n) は $\mathcal{S}$ である。

解答欄

(1)				
(2)				
(3)				
(4)				

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。

2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】，【3】は，解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【2】 関数 $f(x) = 2^x - x^2$ について考える。必要ならば， $0.6 < \log 2 < 0.7$ ， $-0.4 < \log(\log 2) < -0.3$ を用いてよい。

(1) $f(x)$ は区間 $x \geq 4$ で増加することを示せ。

(2) 方程式 $f'(x) = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

答

(3) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

答

(4) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解のうち，最小のものを p とする。このとき，曲線 $y = f(x)$ の $x \leq 0$ の部分，放物線 $y = -x^2 + \frac{2}{\log 2}x$ ，および2つの直線 $x = p$ ， $x = 0$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

答

数学— 2

採点	
----	--



数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【3】 座標平面上に3点 $A_0(0, 0)$, $B_0(2, 0)$, $C_0(1, \sqrt{3})$ があり, 線分 A_0B_0 , B_0C_0 , C_0A_0 をそれぞれ2:1に内分する点 A_1 , B_1 , C_1 をとる。以下同様にし
て, 正の整数 n に対し, 線分 A_nB_n , B_nC_n , C_nA_n をそれぞれ2:1に内分する点 A_{n+1} , B_{n+1} , C_{n+1} をとる。また, $\overrightarrow{p_n} = \overrightarrow{B_{n-1}B_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)とおく。

(1) $\overrightarrow{p_1}$, $\overrightarrow{p_2}$ をそれぞれ成分表示せよ。

答 $\overrightarrow{p_1} =$, $\overrightarrow{p_2} =$

(2) $\overrightarrow{p_{n+2}}$ を $\overrightarrow{p_n}$ を用いて表せ。

答

(3) $\sum_{k=1}^n \overrightarrow{p_{2k-1}}$ を $\overrightarrow{p_1}$ を用いて表せ。ただし, $\sum_{k=1}^n \overrightarrow{p_{2k-1}}$ は $\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_3} + \overrightarrow{p_5} + \dots + \overrightarrow{p_{2n-1}}$ を表すとする。

答

(4) 点 B_{2n} の座標を求めよ。

答

採 点	
--------	--



