

(平 10 前)

数 学

(文 科 系)

(1～3 ページ)

注 意

- 1 問題は 1～3 ページ。2 ページの次の白紙(2 枚)は下書き用紙である。
- 2 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。
- 3 問題 1 は選択問題である。選択した問題番号を答案用紙の指定した枠内に記入しなさい。

1. 次の 1A または 1B を選択して解答せよ.

1A. 行列 $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ によって表される一次変換 f によって, 平面全体が直線

$y = mx$ ($m \neq 0$) に移されているとき, 次の各問に答えよ.

(1) a, b を m を用いて表し, 原点を中心とする半径 1 の円周が f によりどんな線分に移されるか答えよ.

(2) (1) で求めた線分の長さを最小にする m の値と, そのときの線分の長さを求めよ.

1B. 次の各問に答えよ.

(1) z が虚数で $z + \frac{1}{z}$ が実数のとき $|z|$ の値 a を求めよ.

(2) (1) で求めた a に対して, z が条件 $|z| = a$ を満たしながら動くとき $w = (z + \sqrt{2} + \sqrt{2}i)^4$ の絶対値と偏角の動く範囲を求めよ.

2. $a > 0$ とする. 関数 $f(x) = |x^3 - 3a^2x|$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値を $M(a)$ とするとき, 次の各問に答えよ.

(1) $M(a)$ を a を用いて表せ.

(2) $M(a)$ を最小にする a の値を求めよ.

3. 座標空間内の8点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $P(0, 0, 1)$, $Q(2, 0, 1)$, $R(2, 2, 1)$, $S(0, 2, 1)$ を頂点とする直方体を考える. 次の各問に答えよ.

- (1) $D = (x, y, 1)$ を面 $PQRS$ 上の点とするときベクトル $\overrightarrow{OD}$ を x, y およびベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OP}$ を用いて表せ.
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ がベクトル $\overrightarrow{CQ}$ と直交するための条件を x, y を用いて表せ.
- (3) $\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{CQ}$ である D の中で $|\overrightarrow{OD}|$ が最小となるような D を与える x, y の値を求めよ.